

ゆらぎによる制御とその確率感度解析

ライプニッツ賢治, 若宮 直紀

科学技術の分野において、ノイズは制御を妨げ、不要なものとして除去されてきた。しかしながら、システムの様々なレベルで存在するノイズを完全に排除することは不可能であり、また、設計時の予測を上回るノイズはシステムの不安定性をもたらす。一方、ノイズやゆらぎに満ちた自然界において、生物システムは、自身もゆらぎつつノイズを活用することによって、環境に適した安定的で望ましい状態を達成し、維持している。そこで近年、ノイズを除去するのではなく、積極的に活用することによって、環境変動に対する適応性、頑健性の高いシステム制御を実現するというアプローチが注目されている。本稿では、ノイズやゆらぎを生かした制御について、特に、アトラクタ選択、アトラクタ摂動、アトラクタ重畳と呼ばれる制御モデルを中心に、その概要を述べ、変分的手法によりノイズに対する確率感度解析を行う。

キーワード：ゆらぎによる制御，アトラクタ，確率感度解析，生物に着想を得たネットワーク制御

1. はじめに

ノイズ（雑音，ゆらぎ）は、あらゆるところに存在し、自然物，人工物を問わず様々なものに影響を与えている。一般に、自然界においては完全な対称性や決定論は存在せず、ゆらぎは進化の過程における多様性発現の源となっている。また、熱ゆらぎは分子レベルから細胞，組織レベルに至るまで影響を及ぼしている[2]。生物システムのゆらぎとしては、分子のブラウン運動やニューロンの発火間隔などにおけるゆらぎがよく知られており、また、分子モータなどのナノスケールの構造体では、細胞間の物質伝達や筋運動において、ノイズが主要な役割を果たしている。さらに、同種の細胞間では、その大きさや基質濃度は異なり、また時間とともに変化する[2]。

一方、人工的なシステムにおいては、ノイズは有害なものと思われ、様々なレベルにおいて、フィルタやノイズキャンセラなどによってノイズを除去する努力がなされている。例えば、情報ネットワークにおいて、電気ケーブル，光ファイバ，電波などの通信媒体は、物理特性に依存した様々なノイズにさらされており、信号強度や信号対雑音比は常に変動している。また、通信媒体を流れるトラヒックも、ネットワークに接続された通信機器の特性や環境、それらを利用する

ユーザ，アプリケーションの振る舞いによって大きく変動する。その結果、通信速度や遅延などアプリケーションから見た通信品質に大きなゆらぎが生じる。そのため、物理レベルにおいて通信媒体の雑音特性に応じた変調方式や物理フィルタを用いるとともに、より上位のレベルでは、遅延などの観測値に平滑化フィルタを適用し、短期的なゆらぎの影響を抑制することによって安定した制御を実現している。例えば無線ネットワークにおいては、隣接端末間で、接続状態や通信品質などの情報を交換することによってネットワークの状態を把握し、送受信端末間で最も高い通信品質が期待できる経路を算出して通信を行うが、観測値を平均化することによって情報の変化の度合いを小さくし、情報交換の頻度を減らすことができる。

しかしながら、情報ネットワークの大規模化，遍在化にともない、通信制御のための管理オーバーヘッド（通信量，計算量，処理時間）が増加しており、近年大きな問題となっている。また、現在の決定論的制御の元では、対処すべき問題（観測値の時間変動）を規定し、制御ルール（平滑化の時間範囲）や機構をあらかじめ通信機器に導入しておく必要があり、そのため、通信機器やアプリケーションが予期せぬ挙動を示すと、システム全体の極端な性能低下や動作停止が引き起こされる。

したがって、通信機器やアプリケーションの多様性やトラヒックの時間変動に対処するためには、ノイズやゆらぎを除去する決定論的制御は不十分であり、むしろ、効果的にゆらぎを活用することが重要であると考えられる。特に、我々は、ゆらぎを生かす生物システムの振る舞いに学んだ、アトラクタ選択，アトラク

らいおにつつ けんじ

情報通信研究機構 未来 ICT 研究センター
〒 651-2492 神戸市西区岩岡町岩岡 588-2

わかみや なおき

大阪大学 大学院情報科学研究科

〒 565-0871 吹田市山田丘 1-5

タ摂動, アトラクタ重畳と呼ばれる制御モデルを用いることによって, 簡単な制御機構, 低消費電力, 高い耐故障性などの特徴を有する制御手法の確立を目指している。

以降, 2節では計算機システムや通信システムにおけるノイズの活用例を概観し, 3節において, アトラクタを用いた制御モデルについて述べる。4節では, 特にアトラクタ選択について, ノイズに対するシステムの感度を変分的感度解析手法により解析する。最後に5節において, 本稿のまとめと今後の課題を述べる。

2. 計算機・通信システムにおけるノイズ

本節では, 計算機システムや通信システムにおけるノイズやゆらぎの活用例として, 確率的探索, 情報符号化, 確率共鳴を取り上げる。なお, これらの詳細やその他のモデル, 手法については文献[3][9]を参照されたい。

2.1 確率的探索におけるノイズ

最適化問題の発見的探索においては, 例えば, 焼きなまし法や遺伝的アルゴリズムなど, ノイズを用いる手法によって, より効率的に最適解を発見できることが知られている。このことは, 解空間が不明, あるいは変化する状況における, ゆらぎの効果を示唆しており, 生物システムにおいては, 分子モータのランダム移動[2], 遺伝子ネットワークにおける遺伝子発現レベルの変動[4], バクテリアの進化過程[5]などに確率的な探索の様子が認められる。

同様に, システムが局所解や準最適解におちいるためにもノイズは有効である。例えば, トークンベース回路では, ブラウン運動にしたがってトークンを回路内で移動させることにより, ランダムな後戻りを発生させ, デッドロック状態を回避するとともに, 回路の単純化や小型化を図ることができる[6]。

2.2 符号化とセキュア通信

無線通信システムで用いられている符号分割多重(CDMA: Code Division Multiple Access)では, 情報は, 疑似雑音列によって符号化され, 伝送される。疑似雑音列は通信間で異なり互いに直行するため, ある通信にとって, 他の疑似雑音列で符号化された通信はノイズとみなされる。受信端末では, 符号化に用いられた疑似雑音列を用いることにより, ノイズを除去し, 該当の情報のみを復号化することができる。また, 適切な疑似雑音列を有さないユーザにとって, 情報信号は単なるノイズに過ぎないため, 通信の秘匿性を高

めることができる。

セキュア通信へのノイズの適用例としては, 他にも有線ネットワークを対象としてキルヒホッフの法則を用いるものがある[7]。送受信端末は, それぞれハイとローの2種類の抵抗により熱雑音(ジョンソン・ナイキスト雑音)を用いて信号を符号化する。送受信端末のみがシステムの状態を把握することができるため, 第三者からは通信は単なるノイズとして認識される。

2.3 確率共鳴と同期

非線形システムにおいては, 微弱信号にノイズが付加されることによって信号対雑音比が向上する場合があります, これを確率共鳴(確率共振)と呼ぶ。確率共鳴は, 周期的な氷河期の到来と地球の軌道のゆらぎによる日照量の微弱な変動との関係を説明するために導入されたモデルであるが, 生物システムにおける微弱信号の増幅や感覚神経からの信号伝達過程においても認められている。例えば *Procambarus clarkii* (ザリガニの1種) は, 確率共鳴により, 雑音の激しい川の中で, 捕食者の接近による微弱な水流の乱れを検知することができる。確率共鳴の原理を応用することにより, 安価なセンサからなるセンサネットワークにおいて観測精度を向上することができる[5]。また, 情報ネットワークにおいては, 遅延やパケット棄却率などの観測値の短期的な変動の中からその背景にある中長期的な通信品質の傾向を推定できると考えられる。

また, 結合関係にある複数の非線形システムに共通のノイズを付加することによって同期状態を達成することも知られている。このような機構は, 脳の神経発火の同期にも認められる。雑音が加わることによってシナプスが同期して興奮するようになり, ヘブの学習則(Hebbian learning rule)にもとづきシナプス間の結合が強化され, 伝達効率が向上することが知られている。このようなノイズによる同期の応用例としては, 共用チャネルに共通のノイズを入力することによりカオス振動子を同期させ, 送受信端末間で暗号鍵を生成する手法などが考えられる。

3. アトラクタを用いた制御機構

本節では, ゆらぎを生かした制御モデルである, アトラクタ選択, アトラクタ重畳, アトラクタ摂動の概要を述べる。

3.1 アトラクタの頑健性と収束性

図1に示す2次元空間を考える。アトラクタ A_1 近傍ではシステムは非線形力学によりアトラクタに引き

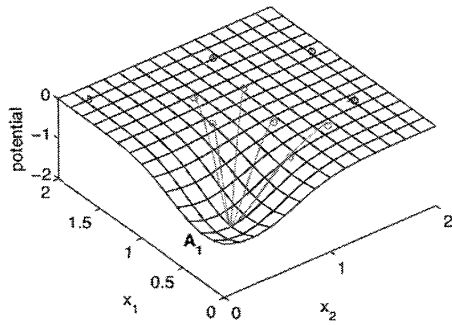


図1 アトラクタへの引き込み (ノイズなし)

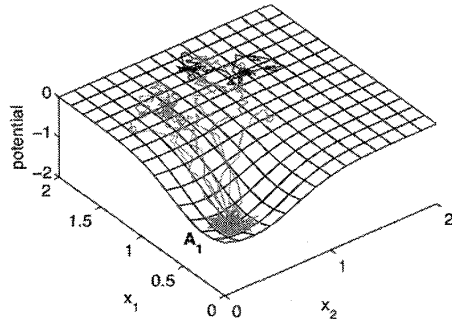


図2 アトラクタへの引き込み (ノイズあり)

込まれるが、アトラクタ A_1 から離れた、ポテンシャルが平坦な場所では、システムはその場にとどまり、アトラクタに近づくことはない。

一方、システムのダイナミクスに微量なノイズを加えると、図2に示すように、初期状態においてアトラクタ近傍になかったシステムも、いずれアトラクタに到達する可能性が生まれる。すなわち、ノイズにより、システムの初期状態への依存度を低減できるとともに、アトラクタへの収束性を向上できる。また、ノイズに対して十分な引き込みを生み出すポテンシャル空間においては、ノイズが付加された場合でも、システムはアトラクタにとどまることができる。したがって、アトラクタの概念を用いた制御機構は、微少なゆらぎやノイズに対して頑強であるといえる。

3.2 アトラクタを用いた制御モデル

アトラクタ選択 (attractor selection) は、バクテリア (E. Coli) において、環境の栄養状態の変化に対して適切な栄養生成が行えるよう、適応的に遺伝子発現レベルが変化する仕組みを説明する数学モデルである[4]。アトラクタ選択では、遺伝子発現レベルの変動、すなわち内在するゆらぎを利用することによって、不定な解空間から適切な解 (attractors) を発見する。

状態 x の時間発展は次のランジュバン方程式 (Langevin-type equation) によって記述される。こ

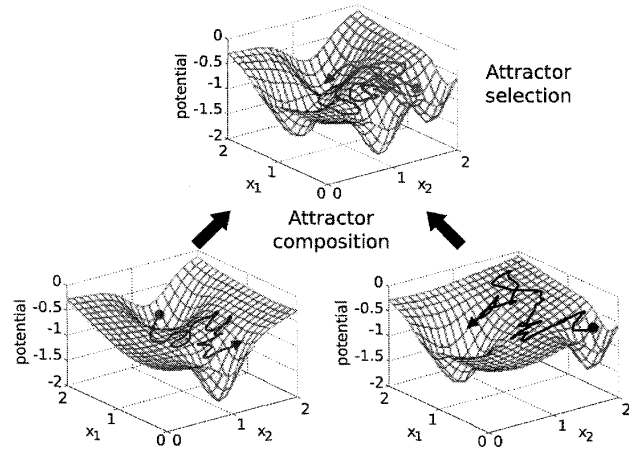


図3 アトラクタ選択とアトラクタ重畳

れをゆらぎ方程式と呼ぶ。

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x(t))\alpha + \eta(t) \quad (1)$$

(1)式において、 α はアクティビティと呼ばれ、システムの適応レートを表す。また、 η はシステムの状態に対するノイズである。 $f(x(t))$ は、アトラクタを定義するポテンシャル関数 $U(x(t))$ にもとづき、次式で与えられる。

$$f(x(t)) = -\frac{dU(x(t))}{dx}$$

アクティビティが高い場合、システムはポテンシャルに応じてアトラクタに引き込まれ、とどまるが、アクティビティが低くなると(1)式の右辺第1項が第2項に対して小さくなるため、システムはノイズで駆動されるようになる。

アトラクタ重畳 (attractor composition) は、それぞれ異なるダイナミクスにもとづいて動作するシステムを、共通のアクティビティによって重ね合わせたモデルである。システム1とシステム2の状態変化は次式で与えられる。

$$\frac{d}{dt}x_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t))\alpha + \eta_1(t)$$

$$\frac{d}{dt}x_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t))\alpha + \eta_2(t)$$

図3に、アトラクタ選択とアトラクタ重畳の関係を図示する。システムが独立動作するアトラクタ選択においても、システム間の相互作用により一方のシステムの状態変化にともなって他方の状態変化がうながされ (図3下)、システム全体の性能向上につながるアトラクタへとそれぞれのシステムの状態が収束することが期待できる。さらに、アトラクタ重畳では、アクティビティを共通化することにより、システム全体の最適化を促進することができる (図3上)。

アトラクタ摂動 (attractor perturbation) は、バクテリアにおける蛍光タンパク質の進化の速度と蛍光タンパク質の表現型のゆらぎとの相関から導出されたモデルであり、ある制御パラメータ a によって制御されるシステムにおける、観測値 $y(t)$ の変動の大きさと制御パラメータ a の変化量 Δa に対するシステムの反応の大きさとの関係を表す[5].

$$\langle y \rangle_{a+\Delta a} - \langle y \rangle_a \propto \Delta a \text{Var}(y)$$

本式は、変数 $y(t)$ の分散、すなわちゆらぎが大きいほど、パラメータの増分 Δa に対する変数 $y(t)$ の変化量が大きいことを表している。したがって、アトラクタ摂動を用いることにより、パラメータ a と変数 $y(t)$ の関係を知ることなく、変数 $y(t)$ の分散から外力 Δa の効果を推定することができる。

アトラクタ摂動は、アトラクタのゆらぎと応答の関係を表しており、観測値の時間平均 $\langle y \rangle_a$ をアトラクタとして定義し、分散をノイズ項 $\eta(t)$ とみなすことによりアトラクタの制御に用いることができる (図4).

本節で述べたアトラクタを用いた制御モデルは、これまで様々な自己適応型のネットワーク制御に応用されており、変動する未知の環境において良い性能を示すことが明らかにされている[9].

4. アトラクタ選択の感度解析

本節では、文献[14]や[15]の手法を用いたアトラクタ選択の変分的手法による確率感度解析[13]について述べる。これは本特集の香田氏と本間氏の第1論文で解説された局所的 (ローカル) 感度解析に分類されるものである。

4.1 時間依存型アクティビティの場合

式(1)のゆらぎ方程式では、アクティビティ $a(t)$ は外部から与えられるものであり、陽にはシステムの状態変数 x の関数にはなっていない。したがって、アトラクタ選択は、ノイズが定数で時間減衰しない焼きなまし法の一つとみなすことができる。

ドリフト (変分) δ を次式で定義する。

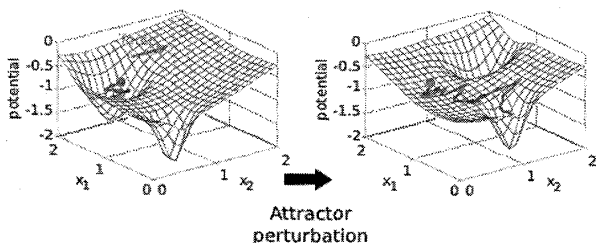


図4 アトラクタ摂動によるアトラクタの移動

$$\begin{aligned} \delta f(x(t)) &= \frac{f(x(t) + \delta x(t)) - f(x(t))}{\delta x(t)} \delta x(t) \\ &= \frac{\partial f(x(t))}{\partial x(t)} \delta x(t) \end{aligned}$$

δ を用いることにより、状態変数の変化を次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta x(t) &= a(t) \frac{\partial f(x(t))}{\partial x(t)} \delta x(t) + f(x(t)) \delta a(t) \\ &\quad + \delta \eta(t). \end{aligned}$$

右辺第2項、第3項は、状態変数の変動に寄与する独立な要素を表しており、これらからノイズに対する局所的感度 $\delta x(t)/\delta \eta(t)$ とアクティビティに対する感度 $\delta x(t)/\delta a(t)$ を評価することができる。

変分的手法による確率感度解析[15]にもとづき、随伴関数 $\phi(t)$ を次式で定義する。

$$\frac{d}{dt} \phi(t) = -a(t) \frac{\partial f(x(t))}{\partial x(t)} \phi(t)$$

観測時刻 T における境界条件を $\phi(T)=1$ とし、式変形を行うことによって次式を得る。

$$\delta x(T) = \int_0^T \phi(t) f(x(t)) \delta a(t) dt + \int_0^T \phi(t) \delta \eta(t) dt$$

これにより、上式右辺中の $a(t)$ や $\eta(t)$ の過去の変化が観測時刻 T における状態変数 (上式左辺) に及ぼす影響を表す感度指標としての、汎関数微分を求めることができる。

4.2 状態依存型アクティビティの場合

アクティビティを状態 $x(t)$ の関数 $a(x(t), t)$ として定義した場合についても同様の感度解析が可能である。状態変数 $x(t)$ を $x(t) = \bar{x}(t) + \delta x(t)$ とし、参照基準 $\bar{x}(t)$ とドリフト $\delta x(t)$ に分割し、随伴関数を次式で定義する。

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(t)}{dt} &= -\phi(t) A(\bar{x}(t)) \\ A(\bar{x}(t)) &= \frac{\partial f(\bar{x}(t))}{\partial x(t)} a(\bar{x}(t), t) \\ &\quad + f(\bar{x}(t)) \frac{\partial a(\bar{x}(t), t)}{\partial x(t)} \end{aligned}$$

詳細は省略するが、観測時刻 T における境界条件を $\phi(T)=1$ とすると、ノイズ感度を表す次式を得る。

$$\frac{\delta x(T)}{\delta \eta(t)} = \phi(t)$$

上式は、左辺の汎関数微分が右辺の随伴関数に等しいことを示しており、観測時刻 T におけるドリフトの過去のノイズに対する感度が随伴関数に他ならないことを意味している。

図5に、観測時刻 $T=1,000$ としたときの、ノイズ感度の解析結果を示す。図に示されるとおり、過去の

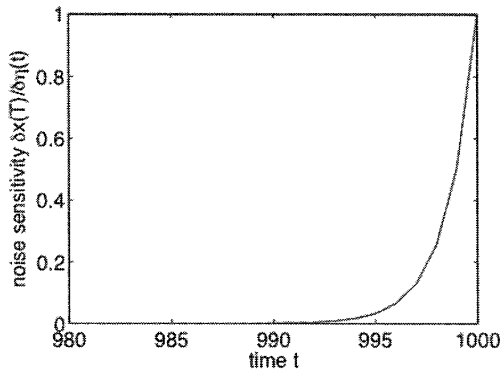


図5 ノイズ感度の解析結果

ノイズに対する感度が時間をさかのぼるにしたがって指数的に減少することから、初期のゆらぎの影響は時間の経過とともに失われることが分かる。なお、時間依存型のアクティビティの場合にも同様の結果が得られる[13]。

5. おわりに

本稿ではゆらぎによる制御について、計算機システムや通信システムにおけるノイズの活用例を概観した後、アトラクタを用いたゆらぎによる制御モデルを紹介し、特にアトラクタ選択におけるノイズ感度の局所的（ローカル）解析手法、すなわち確率感度解析を述べた。

ノイズの影響を数学的手法によって分析することにより、新世代の情報ネットワークのため、より耐故障性と適応性の高い制御機構を実現できると考えられる。

謝辞 本研究の一部は、文部科学省グローバルCOEプログラム（研究拠点形成費）「アンビエント情報社会基盤創成拠点」によるものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献

[1] T. Yanagida, “Fluctuation as a tool of biological molecular machines,” *BioSystems*, vol. 93, no. 1-2, pp. 3-7, 2008.

[2] K. Kaneko, “Life: An introduction to complex systems biology,” Springer, 2006.

[3] F. Peper, L. B. Kish, K. Leibnitz and J.-Q. Liu, “Methods to Exploit Noise in the Design of Complex Systems,” 計測自動制御学会 システム・情報部門学術講演会 (SSI 2008), 兵庫県姫路市, Nov. 2008.

[4] A. Kashiwagi, I. Urabe, K. Kaneko and T. Yomo, “Adaptive response of a gene network to environmen-

tal changes by fitness-induced attractor selection,” *Plos ONE*, vol. 1, 2006.

[5] K. Sato et al., “On the relation between fluctuation and response in biological systems,” *PNAS*, vol. 100, pp. 14086-90, Nov. 2003.

[6] F. Peper, J. Lee and L. B. Kish, “The Exploitation of Noise in Computation,” *Proc. of 2009 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS 2009)*, December 2009.

[7] L. B. Kish, “Stealth communication: Zero-power classical communication, zero-quantum quantum communication and environmental-noise communication,” *Appl. Phys. Lett.* 87, 234109, 2005.

[8] S. Mizutani, K. Arai, P. Davis, N. Wakamiya and M. Murata, “Noise-Assisted Quantization in Sensor Networks,” in *Proceedings of 20th International Conference on Noise and Fluctuations (ICNF 2009)*, Pisa, Italy, pp. 57-60, June 2009.

[9] N. Wakamiya, K. Leibnitz and M. Murata, “Noise-Assisted Control in Information Networks,” *Proc. of Frontiers in the Convergence of Bioscience and Information Technologies (FBIT 2007)*, Jeju, Korea, pp. 833-838, October 2007.

[10] 若宮直紀, ライブニッツ賢治, 村田正幸, “生物の適応性・頑健性に学ぶ: 自己組織型ネットワーク設計手法・制御技術,” *電子情報通信学会誌*, 平成20年10月, vol. 91, no. 10, pp. 870-874, Oct. 2008.

[11] N. Wakamiya and M. Murata, “Attractor Composition-Based Self-Adaptation in Layered Sensor-Overlay Networks,” in *Proc. of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA)*, Sapporo, Oct. 2009.

[12] K. Leibnitz, C. Furusawa and M. Murata, “On Attractor Perturbation Through System-Inherent Fluctuations and its Response,” in *Proc. of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA)*, Sapporo, Oct. 2009.

[13] K. Leibnitz and M. Koda, “Analysis of Noise Sensitivity of Attractor Selection,” *京都大学 数理解析研究所 講究録*, No. 1620, Jan. 2009.

[14] D. Dacol and H. Rabitz, “Sensitivity analysis of stochastic kinetic models,” *J. Math. Phys.*, vol. 25, pp. 2716-2727, September 1984.

[15] M. Koda, “Neural network learning based on stochastic sensitivity analysis,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, vol. 27, pp. 132-135, February 1997.