

市場経済の実験：制度の基礎研究の一方法

下村 研一

2種類の財がある模擬経済をダブルオークションで実験すると、価格の出来値は需要と供給が一致する完全競争均衡に収束する。3種類の財がある模擬経済の中で市場システムが理論上安定である例と不安定である例につきダブルオークションによる実験を行った結果、安定である例の価格の出来値は完全競争均衡へ収束し、不安定である例の出来値は循環し収束は起こらなかった。したがって、ダブルオークションは経済の構造に関わらず完全競争均衡を達成する市場制度ではない。だが、これほど被験者が経済の構造に関する知識を必要とせず、高い頻度で効率的な資源配分を決定する制度は他に見つかっていない。

キーワード：経済実験，ダブルオークション，完全競争均衡，価格調整過程，安定性

1. はじめに

動物や昆虫の世界には、イソギンチャクとクマノミのように2種類の生物が互いに相手にとって便益のある行動をとる相利共生 (mutualism) という現象が存在する。この場合助け合うのにそれぞれの生物のコストはほとんどかからない。人間の世界にも二人がより高い満足感を得るものとして何も失わないダンスやキャッチボールなどの例があるが、何かを失い別な何かを手に入れて前より高い満足感を得る取引 (trade) または交換 (exchange) の例の方が多く見受けられる (同じ種類の生物同士なので当然であるが)。漫画のさまざまなキャラクターが印刷されたカードを先生が見ていないところで子供が交換する風景は日本の小学校でもアメリカの小学校でも観察される。そして、人間は大人になると、モノとカネ、つまり商品と貨幣を交換する。さらにわずかでもより高い満足感を得たい貪欲な人間同士ならば、お互い一銭でも手元に多くある方がよいので、モノの売り手はなるべく高い値段で売り、買い手はなるべく安い値段で買おうとする。

このように自己の欲望を持ちながらもお互い他者の所有権を尊重することができる人間という生物の世界において、商品と貨幣との交換は時代と場所を問わず自己発生してきた。それらの取引の形式の多くはダブルオークション (double auction)¹ に該当する。本稿ではこのダブルオークションによる市場経済の実験の

方法とこれまで実験により得られた結果の概要を紹介し、制度設計との関連を付す。実験を行った理論とその解釈は「付録」にまとめられている。実験のより詳しい解説や筆者自身による実験の報告については下村 [6][7][8][9] を参照されたい。

2. ダブルオークション：ヴァーノン・スミスモデル

ダブルオークションとは、同じ種類の商品の売り手と買い手がそれぞれ複数いて、売り手、買い手はそれぞれ「売り値と供給 (売りたい量)」, 「買い値と需要 (買いたい量)」による価格と数量の組み合わせを言い合って取引相手を探す。もし自分が売り値と供給を提示した場合はその組み合わせで買いたい人が出たときその通りで売らねばならず、買い値と需要を提示した場合はその組み合わせで売りたい人が出たときその通りで買わねばならないのがルールである。そして提示された価格と数量を合意した者同士から次々と取引をしていく。

一般に「売り値は高め」「買い値は低め」で始まるので、最初取引は成立しない。この売り手買い手から単に発信され成立する保証がない売り値と買い値はまとめて呼び値 (bid and ask) といわれる。したがって、「より安い価格で売る」あるいは「より高い価格で買う」と妥協しても依然取引が成立した方が得な個人は呼び値を改定して提示し、妥協できない個人は同

しもむら けんいち
神戸大学 経済経営研究所
〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 2-1

¹ インターネットオークションや美術品・骨董品を取り扱う買い手のみの公開オークション、および建設事業や土木事業の売り手のみの入札競争公開は、シングルオークション (single auction) と呼ばれる。

表1 個人1に配布する利得表

		Z																				
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
	2	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
	3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
	4	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
	5	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	6	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
	7	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
	8	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
	9	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
10	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	

じ価格を提示するか取引から退出するかどちらかの行動をとる。よって、呼び値の全体の流れとして「売り値は下がる」「買い値は上がる」という傾向が生じ、その過程を経て実際に取引が成立する価格が出現する。これは出来値 (selling price) といわれる。

成立する出来値は取引ごとにすべて同じではないので、一回の実験で出現した複数の出来値に関しては平均と分散が計算される。そして同じ実験を繰り返して採取したそれらのデータを時系列に見ることで傾向が観察される。その収束値と、売り手も買い手も価格を所与とし、かつ需要と供給が一致している完全競争均衡 (perfectly competitive equilibrium)² との関係についての定型化した事実として次の命題がある：

ダブルオークションの完全競争均衡への収束 (Convergence of Double Auctions to Perfectly Competitive Equilibrium)：同じ被験者が毎回同じ利得構造と同じ初期保有量で、一商品のダブルオークションを繰り返せば、出来値の平均は完全競争均衡の価格に収束し、分散はゼロに収束する。

つまり、ある一つの商品の市場を形成する本質的な条件が変わらなければ、その価格は中学社会科の「公民」の言葉で言う「市場に内在する需要曲線と供給曲線の交点」、つまり超過需要がゼロになる価格に最終的に落ち着くとされる。そのとき、他の商品の市場は全く動かないと仮定され、この前提の下、1つの商品だけが貨幣と交換される設定のモデルを部分均衡モデル (partial equilibrium model) という。

部分均衡モデルにおけるダブルオークションの出来値の完全競争均衡への収束を最初に実験で明らかにしたのが、ヴァーノン・スミス[10]である。彼が用いたダブルオークションの方法論は完全競争市場における市場均衡の実験の基本となり、改訂され今日まで全世界で受け継がれている。その要点を述べよう (なお金

額の単位はここでは「円」とする)：

1. モノとカネ：交換の対象は模擬の商品 X とキャッシュ Z である (商品とキャッシュに見立てて色分けしたカードを作ってもよいし、「X が○単位, Z が△円ある」と想定してもよい)。
2. 初期割当：被験者 n 人にそれぞれ X か Z のいずれかを割り当てる (X, Z の保有者とも3人以上がよく、したがって n は6以上がよい。商品の保有者あるいは貨幣の保有者が1名であると独占力を持ち、商品の保有者あるいは貨幣の保有者が2名であると取引相手の獲得をめぐり利得最大化に結びつかない駆け引きが発生する可能性がある)。
3. 利得表作成：被験者への配布用に、X と Z をそれぞれ何単位獲得したら何点与えられるかという利得表を次の(i)(ii)(iii)の約束を満たすよう作成する (表1はその例である)。

(i)モノの限界効用逓減³：最初の1単位から始まる追加1単位に対する利得の差分は必ずプラスの値から始まり、プラスである限り順次減少する。差分はある単位より大きいものはすべてゼロ (Xがある量に達すると利得が飽和) となっても、マイナス (Xがある量に達すると利得が低下) となってもよい。つまり、個人 i が X の x_i 単位から得る利得を $u_i(x_i)$ とすれば、

$$u_i(1) - u_i(0) > 0; u_i(x_i) - u_i(x_i - 1) > 0 \\ \Rightarrow u_i(1) - u_i(0) > \dots > u_i(x_i) - u_i(x_i - 1)^4$$

が成り立つ (図1は表1から導かれたものである)。なお X から得られる利得は、各単位につ

³ 効用 (utility) とは経済学で消費者の利得のこと、限界効用 (marginal utility) とは連続的な消費量の微小な増分に対する効用の変化分 ($u_i'(x)$) のことである。

⁴ $[\lim_{x \rightarrow 0} u_i'(x) > 0; u_i'(x) > 0 \Rightarrow u_i''(x) < 0]$ の離散的な表現である。差分 $u_i(x_i) - u_i(x_i - 1)$ は「 x_i における個人 i の WTP (willingness to pay, 支払用意)」とも呼ばれる。

² 厳密な定義は本稿の最後の節「付録」を参照。

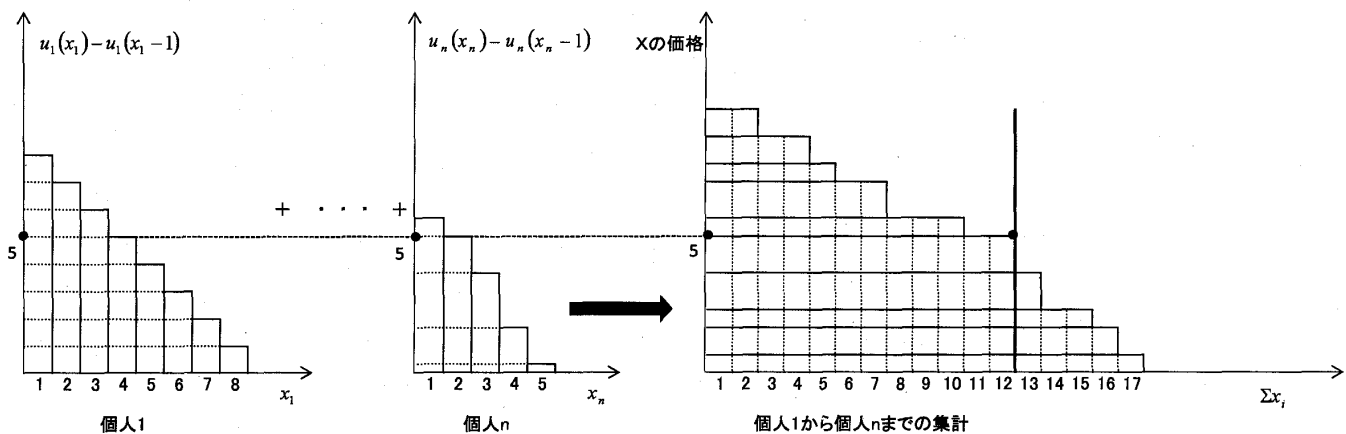


図1 個人の利得の差分とその集計の棒グラフ

き全員同じでも、人により違ってよい。

(ii) カネの限界効用は1である：1単位のZがもたらす利得はどの個人に対しても常に1であるとする。つまり、個人*i*が z_i 円獲得して得られる利得は z_i である。

(iii) 個人利得＝モノの利得＋カネの利得：個人*i*がXを x_i 単位、Zを z_i 円獲得して得られる利得は、 $u_i(x_i) + z_i$ である。

4. 私的情報の秘匿：各被験者は自分にX、Zがどれだけ割り当てられたか、自分の利得表がどのようなものかという情報を他の被験者に知らせても知られてもいけない。
5. 出来値の公開：すべての出来値は合意の直後すべての被験者に伝えられる。
6. 繰り返しは初期割当にリセットしてから：1回目の実験が終わり、2回目を行うとき被験者へのXとZは初期割当にリセットする。そして、2回目にはいる。以後終了時間まで同じことを繰り返す。
7. 被験者にインセンティブを与える：被験者が自己の利得をなるべく大きくすべく実験に参加してもらうために、繰り返し行う実験の利得の合計に応じて、謝金（本物のキャッシュ）を支払う。その際利得合計が1点でも高ければ謝金は少しでもより多くする。

これが何の理論を実験するのかを表1の利得表を用い説明する。表1から導かれた図1を見ていただきたい。いちばん左は被験者である個人1に割り当てられる利得表から導かれる差分 $u_i(x_i) - u_i(x_i - 1)$ の棒グラフである。表しているものは、順に $x_1 = 1$ の上の棒の長さが $u_i(1) - u_i(0)$ 、 $x_1 = 2$ の上の棒の長さが $u_i(2) - u_i(1)$ といった具合に、 $x_1 = 8$ の上の棒の長さ $u_i(8)$

$- u_i(7)$ までが描かれ、 $x_1 = 9$ 以降は（見えないが）ゼロである。同じ要領で n 人分の棒グラフを描いていく。次にこれら n 人分の棒グラフを横に足そう。要領は n 人分の棒グラフの棒を長いものから順に並べていく（同じ長さの棒は個人の番号順に並べてよい）。図1のいちばん右の大きな棒グラフが n 人分の棒グラフの集計である。これを見ると、 n 人分の棒グラフの棒の中で、長さ14の棒が2本、長さ13の棒が2本、長さ12の棒が1本、長さ11の棒が2本あったこと、そして棒の数は17であったことがわかる。

さて、いまXの初期保有 n 人分の合計が12単位であったとしよう。図1の n 人分の集計の棒グラフで横軸が12のところを見ると、その上の棒の長さは5である。完全競争市場の理論に従うと、この交換経済におけるXの価格は均衡価格である5になる。

以上の方法を用いれば、各個人の利得表と初期保有の総量を変えることで、容易に何通りものモデルを作り価格の理論予測を行うことが可能となる。

ヴァーノン・スミスは、売り手は全員商品を1単位しか持たないという設定で上記1から7に従って実験を設計し実施した。その結果、売り手買い手の誰もが自分の利得表と初期保有だけを出発点の情報とし、他者あるいは市場全体に関する情報がない状態でありながら、同じ実験を繰り返せば利得表と初期保有のパターンを変えても、いずれも出来値の均衡価格への収束が観察されることを明らかにした。その後、売り手は商品を何個でも持ってよいという設定で、さまざまな人たちにより実験が行われ、ヴァーノン・スミスと同じ結果を得た。

ヴァーノン・スミスが2002年ノーベル経済学賞を受賞した理由も、彼が設計したダブルオークションの実験が上で説明したように簡単であること、しかも売

り手と買い手に与える利得表と初期保有を変えらること
でさまざまな形の需要曲線と供給曲線の実験ができる
こと、そしてそれゆえこのオリジナルの方法論が今日
まで世界中の市場実験で受け継がれ均衡価格への収束
が観察されたことによる。ダブルオークションは自然
科学の実験でその重要さが強調される再現性 (re-
producibility) を有しているのである。

3. ダブルオークションと制度設計

一つの商品およびその市場が古典的経済モデルの条
件を満たす場合 (この条件が何かは後で説明する)、
次の主張が成立する：

厚生経済学の第一基本定理 (First Welfare Theo-
rem)：完全競争均衡はパレート最適な資源配分をも
たらす。

これを踏まえることで、ダブルオークションは上で
説明した経済のモデルでは効率的な資源配分をもたら
す取引方式であるということが出来る。つまり、ヴァ
ーノン・スミスが設定した実験の環境ならば、経済学
の祖アダム・スミスが『国富論』(1776) で論じた
「神の見えざる手」が機能し、「実現可能な状態で、誰
かの利得を上げるには少なくとも他の一人の利得を下
げなければならない」というパレートの意味で無駄の
ない資源配分がもたらされるわけである。

ここで、ダブルオークションと制度設計との関連を
考えよう。ヴァーノン・スミスの結果を受け「効率性
を求めるのであれば、なるべく多くの商品の市場制度
をダブルオークションにするべきである」あるいは
「ダブルオークションは経済全体にパレート最適をも
たらす」と言い切ることは早計である。なぜか。それ
は、ダブルオークションからパレート最適に行き着く
までには、「ダブルオークションならば、価格は完全
競争均衡に収束する」、「完全競争均衡ならば資源配
分はパレート最適である」という2人のスミスが提唱し
た2つの命題を踏まえており、それぞれの成立を確認
しなければならないからである。

まず、アダム・スミスにその原点をさかのぼる歴史
的に古い後者の命題「厚生経済学の第一基本定理」は
古典的経済モデルの条件を満たす場合という但し書き
付きで成り立つことはよく知られている。経済学部上
級用・大学院用の教科書で強調されるのは、選好関係
の局所非飽和性 (local nonsatiation of preference
relations) という一般に耳慣れない条件であるが、
この条件は通常の経済では成立する⁵。「厚生経済学の

第一基本定理」のより大切な条件は、むしろ経済学入
門の教科書で紹介される市場の失敗 (market
failure)、特に商品の公共性⁶・外部性⁷、商品市場に
おける市場力⁸を有する経済主体の存在が排除されて
いることである。簡単に言うと、「個人で消費するか。
取引や所有が他人に影響を与えないか。売り手と買い
手が多いか」というテストに商品がパスすることであ
る。実際の経済でこのテストで残る商品は、食料品
(農産物・水産物を含む)、ドラッグストア・ホームセ
ンターで売られている文房具・日用品・工具・園芸用
品、パッケージツアーなどの旅行商品、引越などの運
輸サービス、そしてアルバイト労働など種類は多岐に
わたる。

次は、ヴァーノン・スミスが実験により発見した
「ダブルオークションの完全競争均衡への収束」を検
討する。この事象の成立もヴァーノン・スミスが設定
した実験の環境が整備されていることが本質的である。
「私的情報の秘匿」「出来値の公開」「繰り返しは初期
割当にリセットしてから」「被験者にインセンティブ
を与える」という4つの条件を実際の経済で考えよう。
「私的情報の秘匿」は談合・カルテルを禁ずる。「出来
値の公開」は、虚偽の領収書の発行や裏取引を禁じて
いる。「繰り返しは初期割当にリセットしてから」と
いう条件は厳密には難しい。だが、取引業者が日々の
取引において予想外の状況にも迅速な価格と数量の調
整で対応できる専門性を有していれば、繰り返しは必
要ない (この条件は取引に習熟していない被験者のた
めの条件である)。「被験者にインセンティブを与え

⁵ ヴァーノン・スミスのモデルでも、商品には飽和がある
が、貨幣が増えれば個人の利得は増えるのでこの条件は成
立する。つまり、人々がカネに飽きがこない範囲ならば心
配ない。

⁶ 非排除性 (ひとつの社会でその構成員は誰一人そのサー
ビスを受けることから排除されないこと) と、非競合性
(すべての構成員はそれぞれ等しい量のサービスを受けら
れること) の二つの性質を併せ持つこと。公共性を有する
商品は公共財と定義され、例として放送、国防、環境保全
などがある。

⁷ 構成員の一人または複数の消費または生産活動が、他の
構成員の活動範囲や利得に対し、市場を通じずに付随的な
好影響 (外部経済) または悪影響 (外部不経済) を与える
こと。好影響の例として、養蜂業者のミツバチが果樹園で
行う授粉や一家庭の住宅のクリスマス装飾が地域の景観を
高めることなどがあり、悪影響として、騒音や日照権の侵
害などがある。

⁸ 市場で成立する価格を多少なりとも自分で操作できる力。
独占・寡占状態で存在する。

る」という条件は実際の市場では自明に満たされる。利得＝報酬だからである。したがって、これら4つの条件は、実際の経済では取引が合法である限り、心配するに値しない。

したがって、検討の対象を最初の3つの条件「モノとカネ」「初期割当」「利得表作成」に移す。結論から述べると、この3つの条件がそれぞれヴァーノン・スミスの設定と異なり、なおかつその異なる設定の組み合わせによっては、「完全競争均衡が存在しながら、ダブルオークションは価格を完全競争均衡に導かない」という事象が発生する。これは、市場システムの不安定性 (instability of market system) という問題である (これは次節で議論する)。

この問題は市場制度の重要事項として考えられることはほとんどなかった。その理由として、市場システムが価格と資源配分を完全競争均衡に導くことは当たり前のことで、導かないケースは理論上存在してもそれはごくわずかな異常事態であると捉えられていた感がある。

だが経済学の基礎を造った人々は不安定性の可能性を忘れてはいなかった。ノーベル経済学賞受賞者ジョン・ヒックスは『価値と資本』([2], Chapter V)において、完全競争均衡が複数存在し、そのなかに不安定な均衡が含まれるという現象が所得効果により引き起こされることに言及している。同賞受賞者ポール・サムエルソンは『経済分析の基礎』([5], Chapter IX)において、経済の完全競争均衡体系を定式化する意義として政策の波及効果を比較静学 (comparative statics) により予測できること、そして比較静学を行うときは市場システムの安定性を保証するための適切な条件を仮定し、政策効果の諸命題をそれらの条件から導くべきだと述べている。

4. ダブルオークション：スカーフのモデルの場合

ヴァーノン・スミス[10]は供給曲線が動く比較静学の実験を行った。彼が始めた右下がりの需要曲線と右上がりの供給曲線の部分均衡モデルの実験は膨大な数のダブルオークションの実験データによって完全競争均衡への収束が確かめられており、理論予測通り古い均衡から新しい均衡に移行している。では、部分均衡モデルで表現できない経済でも、ダブルオークションという取引方式は経済を完全競争均衡に導くかという疑問がわく。そこで次のようなたとえ話を考えていた

だきたい (下村[8]から引用・加筆) :

Aさんはワイン職人で、ワインとチーズがあれば満足でパンには興味がない。Cさんはチーズ職人で、チーズとパンは食べるが下戸である。いまAさんは自分のワインの1本をCさんのチーズ何個かと交換したいと思っている。しかし、Cさんはワインが飲めないの、二人の間に交換は成立しない。そこにBさんというパン職人で、ワインとパンが大好きでチーズが大嫌いな人物が現われる。Bさんはワイン1本とパンとの交換に応じるといふ。またCさんはパンとならチーズとの交換に応じるといふ。これでAさんの願いは叶う。なぜなら、Aさんはワイン1本をいったんBさんのパンと交換し、そのパンとCさんのチーズと交換すればよいからである。

この経済は商品1種類と貨幣との取引を表す部分均衡モデルでは表現できない。なぜならば、財が3種類なければならないからである。また、3種類の財を用いて理論上は価格が完全競争均衡に収束しない場合があるということを示した有名な数値例がある。それは、上の3人の市場の話に、ハーバート・スカーフ[4]が用いた個人の効用関数を与えれば完成する。このとき、タトヌマン (tatonnement: 商品が超過需要のとき価格が上がり超過供給のとき価格が下がる) の調整過程では価格は競争均衡へ収束せず、同じパターンの上昇・下降、つまり極限循環を延々と繰り返すことが示される。

このような3財モデルでも、ダブルオークションを繰り返せば初期状態からはじまって完全競争均衡を達成するかという問題、つまり実験における市場システムの安定性について、筆者は1998年にカリフォルニア工科大学でチャールズ・プロットらと共同研究[1]を行った。われわれは、スカーフのモデルで初期保有の分布のみを変えることで理論上はタトヌマンの意味で市場システムが安定にも不安定にもなるものを見つけ、その実験を行った。その結果、ダブルオークションの出来値は安定な場合は価格が完全競争均衡に収束し、不安定な場合は収束せず価格の動きは極限循環のサイクルを描いていた。つまり、タトヌマンの理論通りであった。

スカーフのモデルの理論分析はヴァーノン・スミスのモデルほど容易ではなく、理論予測を行うにはある程度の計算が必要である。その計算結果は本稿の付録に載せた。この結果を用いれば、各個人への初期保有の割当のみを変えることで、何通りものモデルを作り

価格変動の理論予測を行うことが可能となる。したがって、この実験も再現性を有している。

5. おわりに

市場経済の実験でわかったことをまとめる。部分均衡モデルで表現できる環境では、ダブルオークションによる実験の出来値は完全競争均衡に収束する。部分均衡モデルでは表現できないスカーフのモデルの中で市場システムが理論上安定である例と不安定である例のそれぞれにつきダブルオークションによる実験を行った結果、安定である例の出来値は完全競争均衡に収束し、不安定である例の出来値は循環し収束は起こらなかった。したがって、ダブルオークションは経済構成員の利得構造と初期保有分布に関わらず資源配分の効率性を有する市場制度ではない。

それではどうすればよいのか。ダブルオークションに変わる市場制度の設計可能性を探るという道はもちろん考えられる。だが、ダブルオークションはあらゆるタイプの個人が参加しても、他人の利得構造と初期保有に関する知識も経済全体の構造に関する知識も必要としないという情報量の効率性を有する。この特性を保ちつつ、ダブルオークションより優れた資源配分の効率性を有する市場制度、あるいは市場以外の資源配分の決定制度の設計が可能か不可能かは本稿で解答を与えることはできない。それは今後の理論による新たな制度設計と実験によるその性能の検証にかかっているといえよう。

付録

記号の約束

$||$: 集合 S に対して $|S|$ は集合 S の濃度。特に S が有限集合のときは S の元の個数を表す。

\mathbb{R} : 実数の集合。

\mathbb{R}_+ : 非負の実数の集合。

\mathbb{R}_{++} : 正の実数の集合。

B^A : 集合 A から集合 B へのすべての関数の集合。

定義. 財 (good) とは、商品 (commodity) または貨幣 (money) である。

定義. 交換経済 (exchange economy) とは以下の条件を満足する (H, I, U, ω) である:

1. H は $|H| \geq 1$ を満たす有限集合である。(商品の名前の集合);
2. I は $|I| \geq 2$ を満たす有限集合である。(個人の名前の集合);

3. 各 $i \in I$ に対して、 U_i は $\mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}_+$ 上で定義された実数値関数である (個人の効用関数のリスト);

4. 各 $i \in I$ に対して、 $\omega_i \in \mathbb{R}_+^2 \times \mathbb{R}_+$ である。(個人の初期保有のリスト)

ヴァーノン・スミスのモデルは交換経済の中でも以下のような特徴を持つ:

1. $H = \{X\}$;
2. $I = S \cup B$, ただし $S \neq \emptyset$ & $B \neq \emptyset$ & $S \cap B = \emptyset$;
3. 各 $i \in I$ に対して、 $U_i(x_i, z_i) = u_i(x_i) + z_i$, ただし $\lim_{x_i \rightarrow 0} u_i'(x_i) > 0$ & $u_i''(x_i) < 0$;
4. $\forall s \in S, \omega_s = (\bar{x}_s, 0), \bar{x}_s > 0$; $\forall b \in B, \omega_b = (0, \bar{z}_b), \bar{z}_b > 0$.

それぞれの式の解釈は以下のように与えられる:

1. 商品 X 1種類と貨幣 Z の2財モデル;
2. 個人の集合 I は S (X の売り手), B (X の買い手) の2グループに分けられる;
3. 各個人の利得は、 X から得られる非線形の利得と Z から得られる線形の利得の和;
4. S グループの個人は X を持ち Z を持たず B グループの個人は Z を持ち X を持たない。

スカーフのモデルは交換経済の中でも以下のような特徴を持つ:

1. $H = \{X, Y\}$;
2. $I = I_{XY} \cup I_{YZ} \cup I_{XZ}$,
ただし、 $|I_{XY}| = |I_{YZ}| = |I_{XZ}| = r \geq 1$ & $I_{XY} \cap I_{YZ} = I_{YZ} \cap I_{XZ} = I_{XZ} \cap I_{XY} = \emptyset$;
3. $\forall i \in I_{XY}, U_i(x_i, y_i, z_i) = \text{Min}\left\{\frac{x_i}{\bar{x}}, \frac{y_i}{\bar{y}}\right\}$;
 $\forall i \in I_{YZ}, U_i(x_i, y_i, z_i) = \text{Min}\left\{\frac{y_i}{\bar{y}}, \frac{z_i}{\bar{z}}\right\}$;
 $\forall i \in I_{XZ}, U_i(x_i, y_i, z_i) = \text{Min}\left\{\frac{x_i}{\bar{x}}, \frac{z_i}{\bar{z}}\right\}$,
ただし、 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} > 0$.
4. $\forall i \in I_{XY}, \omega_i = \omega_{XY}$; $\forall i \in I_{YZ}, \omega_i = \omega_{YZ}$;
 $\forall i \in I_{XZ}, \omega_i = \omega_{XZ}$;
 $\omega_{XY} = (a\bar{x}, \beta\bar{y}, \gamma\bar{z}), \omega_{YZ} = (\gamma\bar{x}, \alpha\bar{y}, \beta\bar{z}),$
 $\omega_{XZ} = (\beta\bar{x}, \gamma\bar{y}, \alpha\bar{z}),$
ただし、 $\alpha, \beta, \gamma \geq 0, \alpha + \beta + \gamma = 1$.
よって $\omega_{XY} + \omega_{YZ} + \omega_{XZ} = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.

解釈は以下の通りである:

1. 商品 X, Y 2種類と貨幣 Z の3財モデル;
2. 個人の集合 I は I_{XY}, I_{YZ}, I_{XZ} の3グループに

分けられる；

- 各グループ内の個人の効用関数は同じで、利得は2種類の財をある決められた比率 $\bar{x} : \bar{y}$, $\bar{y} : \bar{z}$, $\bar{z} : \bar{x}$ で獲得したときに、そしてそのときに限り発生する；
- 同じグループ内の個人の初期保有量はすべての財について同じである。各グループにおいて財 X , Y , Z の個人の初期保有の割合は、それぞれ $\alpha : \beta : \gamma$, $\beta : \gamma : \alpha$, $\gamma : \alpha : \beta$ という循環的な構造を持つ。

次に、個人の需要関数と所得関数、市場の超過需要関数、および価格調整過程を定義する。

定義. (H, I, U, ω) を交換経済とする。

- 個人 $i \in I$ を考える。任意の $(p, m_i) \in \mathbb{R}_{++}^H \times \mathbb{R}_+$ に対して、

$$B_i(p, m_i) = \{(c_i, z_i) \geq 0 \mid p \cdot c_i + z_i \leq m_i\};$$

$$d_i(p, m_i) = \{(c_i, z_i) \in B_i(p, m_i) \mid \forall (c'_i, z'_i) \in B_i(p, m_i), U_i(c_i, z_i) \geq U_i(c'_i, z'_i)\}$$

と定めるとき、 $d_i(p, m_i)$ がつねに一点から成るならば、ベクトル値関数 d_i は個人 i の需要関数 (demand function) と呼ばれる。任意の $(p, \omega_i) \in \mathbb{R}_{++}^H \times \mathbb{R}_+^H$ に対して、

$$M_i(p, \omega_i) = p \cdot \bar{c}_i + \bar{z}_i$$

と定めるとき、実数値関数 M_i は所得関数 (income function) と呼ばれる。

- 個人の集合 I を集計して考える。任意の $(p, \omega) \in \mathbb{R}_{++}^H \times (\mathbb{R}_+^H)^I$ に対して、

$$E(p, \omega) = \sum_{i \in I} [d_i(p, M_i(p, \omega_i)) - \omega_i]$$

と定めるとき、ベクトル値関数 E は超過需要関数 (excess demand function) と呼ばれる。特に各 $h \in H$ に対して、 $E(p, \omega)$ の h 成分

$$E^h(p, \omega) = \sum_{i \in I} [d_i^h(p, M_i(p, \omega_i)) - \bar{c}_{ih}]$$

で与えられる実数値関数 E^h は商品 h の超過需要関数 (excess demand function for commodity h) と呼ばれる。

- 各 $h \in H$ に対して、商品 h の価格調整過程 (price adjustment process of commodity h) は、時間に関する自律系常微分方程式

$$\frac{\dot{p}_h}{p_h} = \lambda_h E^h(p, \omega), \lambda_h > 0$$

で与えられる (\dot{p}_h/p_h は p_h の自然対数 $\log p_h$ の時間に関する微分, λ_h は調整速度である)。

ヴァーノン・スミスのモデルの特徴は以下のように反映される：

- $d_i^X(p_X, m_i) = 0$ if $\lim_{x \rightarrow 0} u_i'(x) < p_X$;
 $= (u')^{-1}(p_X)$ if $u_i'(\frac{m_i}{p_X}) < p_X < \lim_{x \rightarrow 0} u_i'(x)$;
 $= \frac{m_i}{p_X}$ if $p_X < u_i'(\frac{m_i}{p_X})$.
 $\forall s \in S, M_s(p_X, \omega_s) = p_X \bar{x}_s$;
 $\forall b \in B, M_b(p_X, \omega_b) = \bar{z}_b$.
- $E^X(p_X, \omega) = \sum_{s \in S} (d_s^X(p_X, p_X \bar{x}_s) - \bar{x}_s)$
 $+ \sum_{b \in B} d_b^X(p_X, \bar{z}_b)$.
- $\frac{\dot{p}_X}{p_X} = \lambda_h [\sum_{s \in S} (d_s^X(p_X, p_X \bar{x}_s) - \bar{x}_s)$
 $+ \sum_{b \in B} d_b^X(p_X, \bar{z}_b)]$.

それぞれの式には以下のような含意がある：

- 個人の商品 X に対する需要は、価格が高いときはゼロ、安くなるにしたがって増加し、もし貨幣への需要がゼロになったらそれ以降すべての所得を商品 X の購入に向ける。
- 开区間 $]0, \sup_{i \in I} \{\lim_{x \rightarrow 0} u_i'(x)\}[$ 上の各 p_X において、 $d_s^X(p_X, p_X \bar{x}_s)$, $d_b^X(p_X, \bar{z}_b)$ が p_X に関しすべての個人について非増加的で、少なくとも一人の個人について減少的なので、実数値関数 $E^X(p_X, \omega)$ は p_X に関し減少的である。
- 横軸に p_X , 縦軸に超過需要 $E^X(p_X, \omega)$ をとってグラフを描くと、右下がりとなる。

スカーフのモデルは交換経済の中でも以下のような特徴を持つ：

- $\forall i \in I_{XY} : d_{XY}^X(p_X, p_Y, m_i) = \frac{m_i \bar{x}}{p_X \bar{x} + p_Y \bar{y}}$,
 $d_{XY}^Y(p_X, p_Y, m_i) = \frac{m_i \bar{y}}{p_X \bar{x} + p_Y \bar{y}}$;
 $\forall i \in I_{YZ} : d_{YZ}^X(p_X, p_Y, m_i) = 0$,
 $d_{YZ}^Y(p_X, p_Y, m_i) = \frac{m_i \bar{y}}{p_Y \bar{y} + \bar{z}}$;
 $\forall i \in I_{XZ} : d_{XZ}^X(p_X, p_Y, m_i) = \frac{m_i \bar{x}}{p_X \bar{x} + \bar{z}}$,
 $d_{XZ}^Z(p_X, p_Y, m_i) = 0$.
 $\forall i \in I_{XY}, M_i(p_X, p_Y, \omega_i) = M_{XY}(p_X, p_Y, \omega_i)$
 $\equiv \alpha p_X \bar{x} + \beta p_Y \bar{y} + \gamma \bar{z}$;
 $\forall i \in I_{YZ}, M_i(p_X, p_Y, \omega_i) = M_{YZ}(p_X, p_Y, \omega_i)$
 $\equiv \gamma p_X \bar{x} + \alpha p_Y \bar{y} + \beta \bar{z}$;
 $\forall i \in I_{XZ}, M_i(p_X, p_Y, \omega_i) = M_{XZ}(p_X, p_Y, \omega_i)$
 $\equiv \beta p_X \bar{x} + \gamma p_Y \bar{y} + \alpha \bar{z}$.

2. $E^X(p_x, p_y, \omega)$

$$= r\bar{x} \left(\frac{M_{XY}(p_x, p_y, \omega_i)}{p_x\bar{x} + p_y\bar{y}} + \frac{M_{XZ}(p_x, p_y, \omega_i)}{p_x\bar{x} + \bar{z}} - 1 \right)$$

$$= \frac{r\bar{x} | (1-\alpha-\beta)((p_y\bar{y})^2 + (\bar{z})^2 - (p_x\bar{x})^2 - (p_y\bar{y})\bar{z}) + (\beta-\alpha)(p_x\bar{x})(p_y\bar{y} - \bar{z}) |}{(p_x\bar{x} + p_y\bar{y})(p_x\bar{x} + \bar{z})}$$

$$E^Y(p_x, p_y, \omega) = r\bar{y} \left(\frac{M_{XY}(p_x, p_y, \omega_i)}{p_x\bar{x} + p_y\bar{y}} + \frac{M_{YZ}(p_x, p_y, \omega_i)}{p_y\bar{y} + \bar{z}} - 1 \right)$$

$$= \frac{r\bar{y} | (1-\alpha-\beta)((p_x\bar{x})^2 + (\bar{z})^2 - (p_y\bar{y})^2 - (p_x\bar{x})\bar{z}) + (\beta-\alpha)(p_y\bar{y})(\bar{z} - p_x\bar{x}) |}{(p_x\bar{x} + p_y\bar{y})(p_x\bar{x} + \bar{z})}$$

$$3. \frac{\dot{p}_x}{p_x} = \frac{\lambda_x r \bar{x} | (1-\alpha-\beta)((p_y\bar{y})^2 + (\bar{z})^2 - (p_x\bar{x})^2 - (p_y\bar{y})\bar{z}) + (\beta-\alpha)(p_x\bar{x})(p_y\bar{y} - \bar{z}) |}{(p_x\bar{x} + p_y\bar{y})(p_x\bar{x} + \bar{z})}$$

$$\frac{\dot{p}_y}{p_y} = \frac{\lambda_y r \bar{y} | (1-\alpha-\beta)((p_x\bar{x})^2 + (\bar{z})^2 - (p_y\bar{y})^2 - (p_x\bar{x})\bar{z}) + (\beta-\alpha)(p_y\bar{y})(\bar{z} - p_x\bar{x}) |}{(p_x\bar{x} + p_y\bar{y})(p_x\bar{x} + \bar{z})}$$

含意は以下の通りである：

1. 一個人の X, Y, Z に対する需要量の比は、価格と所得に関係なく一定である。
2. $E^X(p_x, p_y, \omega), E^Y(p_x, p_y, \omega)$ の分子の式の符号を調べることにより、 (p_x, p_y) 平面上に $E^X(p_x, p_y, \omega), E^Y(p_x, p_y, \omega)$ のそれぞれが正か負かを識別するフェーズダイヤグラムを描くことができる。
3. $\gamma = 1 - \alpha - \beta = 0$ のときは、 $(p_x, p_y) = (\bar{z}/\bar{x}, \bar{z}/\bar{y})$ を中心とする同心円状の無数の閉軌道が存在し、初期値が $(\bar{z}/\bar{x}, \bar{z}/\bar{y})$ 以外の場合、時間に伴う (p_x, p_y) の運動は極限循環となる。また、 $\gamma > 0$ かつ $\alpha = \beta$ のときは、初期値が $(\bar{z}/\bar{x}, \bar{z}/\bar{y})$ 以外であっても時間に伴い (p_x, p_y) は $(\bar{z}/\bar{x}, \bar{z}/\bar{y})$ に収束する。

最後に、完全競争均衡を定義する。

定義. 交換経済 (H, I, U, ω) の完全競争均衡 (perfectly competitive equilibrium) とは以下の条件を満足する $(p, (c_i, z_i)_{i \in I}) \in \mathbb{R}^H \times (\mathbb{R}_+^H \times \mathbb{R}_+)^I$ である：

- (1) 各 $i \in I$ において、 $p \cdot c_i + z_i = p \cdot \bar{c}_i + \bar{z}_i$;
 $(\forall (c'_i, z'_i) \in \mathbb{R}_+^H \times \mathbb{R}_+)[p \cdot c'_i + z'_i \leq p \cdot \bar{c}_i + \bar{z}_i$
 $\Rightarrow U_i(c_i, z_i) \geq U_i(c'_i, z'_i)]$;
- (2) $\sum_{i \in I} (c_i, z_i) = \sum_{i \in I} \omega_i$.

特にこれらの条件を満たす p は均衡価格ベクトル (equilibrium price vector) と呼ばれる。

交換経済 (H, I, U, ω) から導かれた超過需要関数の値をゼロにする価格ベクトル p 、式で書くと、 $E(p, \omega) = 0$ 、つまり商品の種類の数の連立方程式 $E^h(p, \omega) = 0, h \in H$ 、の解 p は均衡価格ベクトルである。価格調整過程は $\dot{p}_h/p_h = \lambda_h E^h(p, \omega)$ であるから、 $\dot{p}_h/p_h = 0$ となる価格調整過程の定常点 (stationary point) は均衡価格ベクトルである。よって、完全競

争均衡が達成されるか否かという問題は、価格調整過程を通じ価格ベクトルが定常点に収束するか否かという問題と同じである。したがって、理論に従えば価格変動は以下のように予測される：

- ・ヴァーノン・スミスのモデルでは、個人に対し初期保有をどのように割り当てても完全競争均衡が達成される。
- ・スカーフのモデルでは、個人間の初期保有の分布により完全競争均衡が達成されるときとされないときがある。特に、各個人が消費しても利得にならない財を初期保有として全く持たないとき、商品の価格ベクトルは極限循環し、均衡価格ベクトルに収束しない。

謝辞 本稿の一部の作成に当たり、日本学術振興会の科学研究費補助金特定領域研究 (課題番号 19046004) および基盤研究(B) (課題番号 20330036) の支援を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- [1] Anderson, C. M., Plott, C. R., Shimomura, K.-I. and Granat, S.: "Global Instability in Experimental General Equilibrium: the Scarf Example," *Journal of Economic Theory* 115, 209-249, 2004.
- [2] Hicks, J. R.: *Value and Capital*, Oxford University Press, 1939.
- [3] Hirota, M.: "On the Stability of Competitive Equilibrium and the Patterns of Initial Holdings: An Example," *International Economic Review* 22, 461-467, 1981.
- [4] Scarf, H.: "Some Examples of Global Instability of the Competitive Equilibrium," *International Economic Review* 1, 157-171, 1960.

- [5] Samuelson, P. A.: *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, 1947.
- [6] 下村研一:「完全競争の実験:ダブルオークション」『経済セミナー』6月号, 日本評論社, 2005.
- [7] 下村研一:「完全競争の実験:部分均衡モデル」『経済セミナー』7月号, 日本評論社, 2005.
- [8] 下村研一:「完全競争の実験:部分均衡モデルとその
向う側」『経済セミナー』8月号, 日本評論社, 2005.
- [9] 下村研一:「政策計画のための市場ラボ実験に向けて」『計画行政』第29巻:31-38, 2006.
- [10] Smith, V. L.: “An Experimental Study of Competitive Market Behavior,” *Journal of Political Economy* 70, 111-137, 1962.