

最適性とリスクを考慮した企業の 意思決定支援技術 —与信管理と市場品質管理における適用事例—

西川武一郎, 佐々木 誠, 中津川 実, 新垣 隆生

安価に大量にデータを蓄積することが可能となった現在, これらのデータを活用してどのように企業の競争力強化につなげるかが課題である。ここでは, 企業活動におけるリスクに焦点を当て, データに基づいた事故確率モデルの構築と, 事故確率モデルによる評価結果に基づいた, 金融工学的な手法によるリスクコントロールの事例を紹介したい。

キーワード: 信用リスク, 市場品質, ポートフォリオ, リアルオプション, 倒産確率, 季節調整, 景気補正, 与信管理, 意思決定, 局所回帰

1. はじめに

近年, 企業は厳しい競争にさらされており, 競争に勝つために, 投資, 開発, 生産, 販売を短期間で集中的に行う必要がある。このような積極的な企業活動は多くの場合リスクの増大と表裏一体である。このような状況の中, 企業は必要なリスクを取らざるを得ない一方で, 不要なリスクはできるだけ排除するように努めなければならない。

本稿では, 事故データに基づいた定量的なアプローチが可能な問題について論じる。近年, ネットワーク経由で大規模な情報収集が可能となったことから, データ分析が有益な範囲が広がってきている。ただし, リスク分析では, 使用できるサンプルの総数が多くても, 事故サンプル数が限られていることが多い。このため, データに基づいてリスク評価を行う際には, 統計的な手法を活用して精緻に分析していくことが重要である。

さらに, データ分析結果を活用し, 意思決定を行う際には, 金融工学的なアプローチが有効である。本稿では, 2節で信用リスクについて紹介する。ここでは, 財務データに基づいて倒産確率モデルを作成し, ポートフォリオ最適化の観点で取引先との取引条件を決定

する。また, 昨今景気が悪化してきているが, このような状況では, 過去に作成した統計モデルが必ずしも有効に機能しないと考えられる。この問題の対策についても議論する。3節では, 市場品質について紹介する。出荷開始後できるだけ早い段階で商品の問題を検知したいが, 出荷開始直後にはサンプル数が少ないために信頼区間が広い。このような不確実性の高い状況下における, リアルオプションを考慮した意思決定支援技術を紹介する。

2. 信用リスク評価と管理

信用リスクとは, 企業が債務を履行できなくなるリスクを指す。典型的な例として, 企業に融資したり社債を購入したりする際に, 元本や金利を回収できないといった問題を考えることが多い。ここでは, 商品販売代金を3カ月後に回収予定であったのに回収できない, というような貸倒損失も含めて考える。売掛金はバランスシートの中で最大級の科目であることから, 信用リスク管理は一般企業にとっても重要なテーマである。

倒産確率を推定するために使用する情報は, 企業の財務情報, 調査会社による評点, 各種定性情報, 信用情報等がある。この中で, 財務情報は企業の資金繰りを反映しており, 倒産確率を評価する上での基礎となる情報であるため, 本稿では, 財務情報を使った倒産確率の算出, 活用について議論したい。

2.1 倒産確率モデル

財務科目を入力項目として, 完全自動で精度の高い

にしかわ たけいちろう, ささき まこと,
なかつがわ みのる, しんがき りゅうせい
㈱東芝 研究開発センター
〒212-8582 川崎市幸区小向東芝町1

倒産確率モデルを構築することは難しく、現段階では実現されていない。通常、財務科目をいったん財務指標と呼ばれる形に変換しておき、これを入力変数として比較的シンプルなモデルを構築する。ここで、財務指標とは、財務科目の比を取るなどして企業の財務分析を行うために用いられる指標である。サンプル数(特に倒産サンプル数)が十分ではないため、このような形でモデルを単純化することが精度向上につながる。

ここでは、倒産確率モデルの一例として、CRAFTモデルを紹介する[1]。CRAFTモデルではロジスティックモデルにより倒産確率を算出している。はじめに、次のような対数尤度を作成する。

$$l = \log \prod_{i=1}^N P(C=1|\vec{X}=\vec{x}_i)^{c_i} (1-P(C=1|\vec{X}=\vec{x}_i))^{1-c_i} \quad (1)$$

ただし、

$$P(C=1|\vec{X}=\vec{x}_i) = \frac{1}{1 + \exp(\vec{\beta} \cdot \vec{x}_i + \alpha)} \quad (2)$$

ここで、 \vec{x}_i は*i*番目の企業の財務指標ベクトル、 c_i は*i*番目の企業が1年以内に倒産した場合に1、非倒産の場合に0となる変数である。 $\vec{\beta}$ と α はモデルのパラメータであり、 l を最大化するようにこれらのパラメータの最尤推定量を決定し、倒産確率モデルを得る。

通常、(2)式で得られるロジット値をそのまま使うことは少なく、ロジット値を閾値で区切って格付けに変換する。図1にロジスティックモデルと格付モデルの関係を示す。図1は、横軸にCRAFTスコア($\vec{\beta} \cdot \vec{x} + \alpha$)、縦軸に倒産確率を描いたものである。格付モデルとロジスティックモデルは、CRAFTスコアの低い部分で大きく食い違っている。ロジスティックモデルの出力値はロジスティック関数に従って、0から1まで変化する。一方、格付モデルはノンパラメトリックモデルのため、このような制約はない。実際、ここで示した格付モデルは、最も悪い格付けでも、11%程度の倒産確率となっている。比較のため、テストサンプルと学習サンプルを用いて両モデルの対数尤度を評価した結果、格付モデルのほうが対数尤度が大きく、サンプルに対する当てはまりが良いことが確認できた(表1)。

2.2 景気補正

2.1節で見たように、倒産確率モデルは過去のある期間における決算書と倒産/非倒産の関係をモデル化したものである。一方、このモデルを使用する時点で

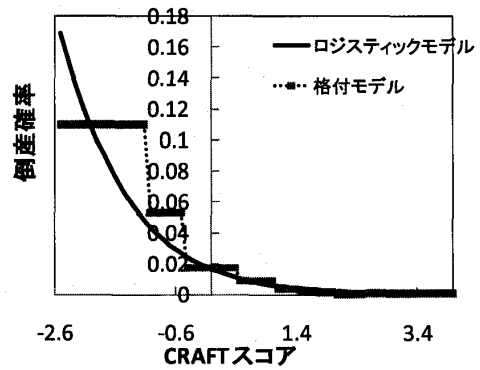


図1 ロジスティックモデルと格付モデルの比較

表1 対数尤度/サンプル数

	学習サンプル	テストサンプル
ロジスティックモデル	-0.06800	-0.06989
格付モデル	-0.05157	-0.05217

の景気は、モデル作成に使用したデータを収集した期間のそれと大きく異なっている可能性がある。景気の悪い時期のデータから作ったモデルを景気が良い時期に使う場合は、モデルの出力は保守的な結果であり、大きな問題とはならない。一方、今日のように世界的な景気後退期に、直近の好景気の時期のデータから作成したモデルを用いることは大きなリスクを伴う。

ここでは、1年間の倒産件数が N_1 件の時期1のデータから作成したモデルを、倒産件数が N_2 件の時期2で使うための、格付モデルの補正方法を紹介したい。実際にモデルを活用する時点で、今後の倒産件数を推定することは困難であるが、明らかに倒産件数が増加していることが分かっている状況では、ラフであってもモデルを補正しておくことが重要である。

ここで、生存企業の格付は1格から K 格までであり、 $K+1$ 格を倒産と考えることにする。また、 t 年における格付けを X_t と書く。このとき、

$$q_{ji} = P(X_{t+1}=j|X_t=i) \quad (3)$$

とし、格付推移確率行列を次のように定義する。

$$Q = (q_{ij}) \quad (4)$$

また、景気が悪くなったとき、格付推移確率行列は、次のような変換を受けるものとする。

$$Q' = \begin{pmatrix} 1-x_1 & & & & \\ x_1 & 1-x_1 & & & 0 \\ & x_1 & \ddots & & \\ & 0 & \ddots & 1-x_1 & \\ & & & x_1 & 1 \end{pmatrix} Q \quad (5)$$

これは、通常の景気では j 格に推移するはずの企業のうち、景気が悪いために $j+1$ 格に推移する企業の割合が x_1 であることを示す。

格付 i の企業数を n_i とするとき、補正前の格付推移確率行列 Q に対して、 $\sum_{i=1}^K q_{K+1,i} n_i = N_1$ が成立している。一方、補正後の倒産件数が N_2 件となるための条件は、 $\sum_{i=1}^K q'_{K+1,i} n_i = N_2$ である。そこで、この式が成立するように x_1 を決定する。得られた x_1 と(5)式から、補正後の倒産確率は次のように求まる。

$$q'_{K+1,i} = x_1 q_{K,i} + q_{K+1,i} \quad (6)$$

次に、景気補正の効果を見るために、シミュレーション結果を紹介する。 k 格の企業についての、 T 年間の企業の倒産/非倒産のデータから、ある時期に1円の元本で T 年満期の融資を実行したときに得られる収入についてのシナリオを生成できる。例えば、企業 i が τ_i 年後に倒産しているとき、融資の割引現在価値は次のように算出できる。

$$u_i = \sum_{t=1}^T \phi_i \frac{1}{(1+r)^t} 1\{\tau_i > t\} + \eta \frac{1+\phi_i}{(1-r)^\eta} 1\{\tau_i \leq T\} + \frac{1}{(1+r)^T} 1\{\tau_i > T\} \quad (7)$$

ここで、 r は割引率、 η は倒産時に回収できる元本の割合を表している。本シミュレーションでは、シナリオ作成に用いるデータとして景気が悪い期間のデータを採用する。また、適正金利 ϕ_i は、格付モデルの倒産確率をもとに算出される割引現在価値の期待値が、元本1円と等しくなるように設定する。ここでは、格付モデルの倒産確率として、景気補正有りの場合と無しの場合の両方について適正金利を算出し、それぞれについてシミュレーションを実施した。

図2で、補正無しの場合、悪い格付ほど景気の影響を受けている。一方、補正有りの場合、すべての格付で予定通り1円前後の収入が得られている。

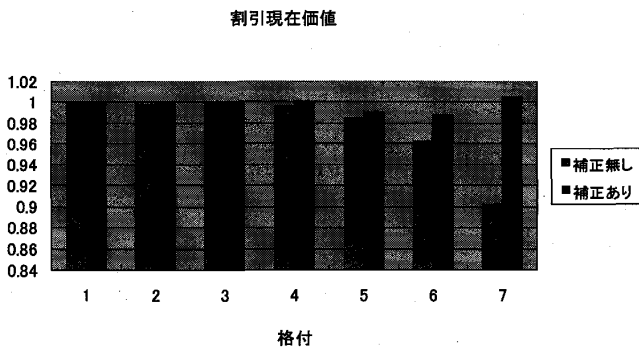


図2 景気補正有無による割引現在価値の変化

2.3 ポートフォリオ管理

算出される企業の倒産確率を使った意思決定問題は、リスクを許容範囲内に収めながら利益の期待値を最大化する問題として定式化できる。リスクについてはいろいろな定義があるが、ここでは簡便な運用を行うために、リスクは利益の分散であると定義し、さらに企業間の相関はゼロとする。このとき、相関を無視してしまっているため、連鎖倒産等重大なリスクを評価できなくなっているものの、問題はナップザック問題に帰着される。

$$\text{最大化: } \sum_i E[R_i] s_i \quad (8)$$

$$\text{制約条件: } \sum_i V[R_i] s_i \leq K, \quad (9)$$

$$s_i \in \{0, 1\}. \quad (10)$$

ここで、 R_i は利益 (信用リスクを考慮した確率変数)、 y_i は売上、 p_i は倒産確率、 u_i は利益率 ((売上-原価)/売上) で、

$$E[R_i] = y_i(u_i - p_i), \quad V[R_i] = y_i^2 p_i(1 - p_i)$$

である。今後、これらをリターンおよびリスクと呼ぶ。また、 s_i は取引を実施するか否かを表す変数であり、問題を解くとはこの値を決定することである。ナップザック問題では、 s_i は0以上の実数であるとして条件を緩和すれば、

$$\phi_i = \frac{E[R_i]}{V[R_i]} = \frac{u_i - p_i}{y_i p_i(1 - p_i)} \quad (11)$$

が大きい順に(9)式を満たさなくなるまで $s_i = 1$ (最後の i については $0 < s_i \leq 1$ の範囲で(9)式の等号が成立するように調節) とすれば最適解となることが知られている。一方、このように取引全体についての最適化問題の解に従って取引の可否を決定することは、通常難しい。現実には、取引の可否を個別の取引案件ごとに逐次決定していく必要がある。そこで、上述の問題を解くかわりに、あらかじめ定めた閾値 θ を用いて、

$$\phi \geq \theta \quad (12)$$

であれば取引を許可するツールを提案している。図3で、横軸はリスク、縦軸はリターンを表しており、各点は各取引先と対応している。 θ は直線の傾きを表しており、直線より上側であれば(12)式の条件を満たしている。一方、直線より下側であれば、条件を満たしていない。このとき、リターンが正であってもリスクを取りすぎているため、取引条件の改善が必要である。(11)式によれば、取引量 (売上) を下げるか、利益率を上げることで ϕ は大きくなり、取引先と対応した点は上側に動く。逆に、 ϕ が十分大きければ値引きの余地があることも分かる。

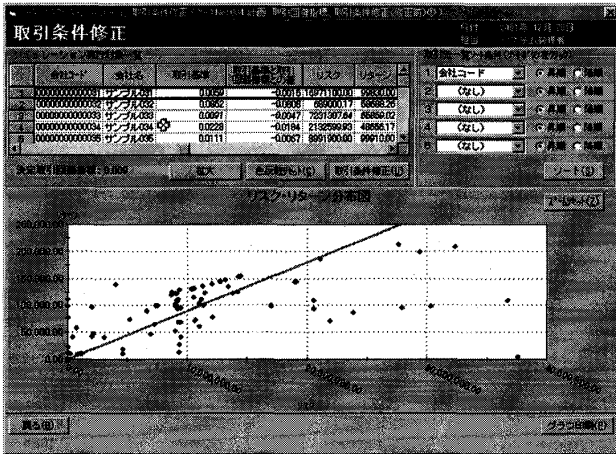


図3 販売リスク管理システムの管理画面
(ソラン株式会社と共同開発)

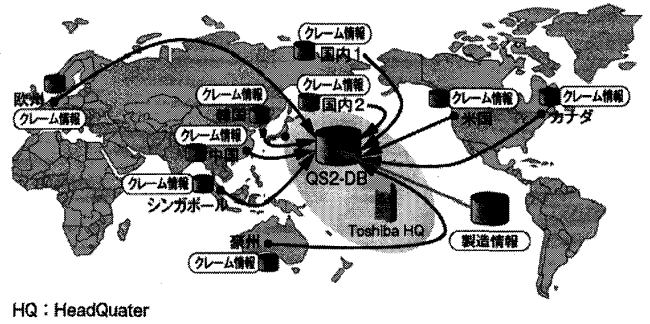
3. 市場品質評価と管理

低品質製品の出荷は、次に示す通り、支出の増大と収入の減少につながる。

- (1) 品質コストの増大
- (2) 売上の減少 (ブランド価値低下)

低品質製品出荷の直接的な影響は、(1)に示した品質コストの増大である。無償保証期間の修理コストをメーカーが負担することによるコストは、売上の数パーセントにのぼる[2]。通常コモディティ製品の利益率は低く、数パーセントに留まることを考えれば、保証に要するコスト削減が競争力確保の上で非常に重要であることが分かる。また、たとえ迅速かつ適切に修理しても、(2)に示したように、製品や企業のブランド価値の低下は免れない。特に、極端に修理台数が増え、修理センターの許容範囲を超えてしまうと、修理に要する時間が長くなり問題は深刻になる。また、出火等深刻な被害をユーザーに与える場合には、リコール対象となったり、風評問題が発生するため、重大な影響を受ける。

品質を上げるための取組は、設計・製造の各段階で重ねられてきているが、市場に出荷した後の問題を完全に防ぎきれには至っていない。特に、売上を伸ばすための頻繁な新機能追加と開発期間の短縮はリスクを伴う。そこで、近年、出荷前だけでなく、出荷後の取り組みも重要となってきている。不良品を出荷してしまったとしても、早急に製品の問題点を発見する体制を整備し、早期対策を打つことができれば、お客様への被害を減少させ、企業側も損失を最小限に止めることができる。東芝では、ノート PC の品質を確保す



HQ : HeadQuater

図4 市場品質情報収集のためのネットワーク

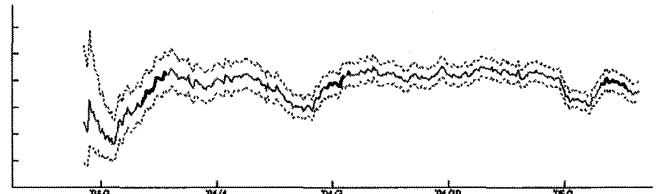


図5 修理率の推移の評価例 (季節調整前)

るために、市場での障害情報をいち早く入手して解析を行い、関連部門にフィードバックを行うために情報管理システムを構築している。このシステムでは、各現地法人や製造拠点のデータをネットワーク経由でデータベース (QS2-DB) に集計している[3]。ここでは、収集データを活用した市場品質管理の現状と課題を紹介したい。

3.1 修理率評価

QS2-DB を使うことでデータを日単位で収集し、修理率を評価した例を図5に示す。

この図の実線は、修理に出されたノート PC を稼働台数で除すことで算出した結果の28日間移動平均であり、次式で与えられる。

$$f(t) = \frac{\sum_{i=t-27}^t n_i}{\sum_{i=t-27}^t m_i} \quad (13)$$

m_i は i 日における稼働台数、 n_i は i 日における修理台数を表している。また、実線の上下に描かれた波線は95%信頼区間を表している。このグラフで、03年11月の出荷直後は信頼区間が広がっている。これは、この時点で出荷台数が少ないことが原因である。

図5の実線で、太線になっている区間は1月前と比較すると、有意 (P 値5%) に修理率が高い期間である。12月~1月にかけて修理率が低下し、その後修理率が上昇するパターンが2回現れているが、これはサービスセンターの年末年始の休業の影響である。このような影響は1年周期で発生する季節変動とみなすことができるため、季節変動成分を取り除いて、品質に

よる変動のみに着目したい。

ノート PC は短期間集中的に販売するため、評価時点では、季節調整に必要な期間分の同一モデルについてのデータが揃うことは期待できない。そこで、全機種別の季節調整後修理率を活用して、注目機種別の季節調整を次式により行う。

$$\begin{aligned} & \text{(注目機種季節調整後修理率)} \\ & = \text{(注目機種修理率)} \times \frac{\text{(全機種季節調整後修理率)}}{\text{(全機種修理率)}} \end{aligned} \quad (14)$$

また、12カ月移動平均法による季節調整では、現時点の前後6カ月間の平均修理率を季節調整値とすることから、現時点における季節調整値は、6カ月後にならないと値が求まらない。そこで、全機種別の季節調整後修理率として局所回帰推定量を用いることにする。局所回帰推定量を得るために、 t_0 日ごとに以下のように目的関数を設定する。

$$\sum_{i=t_0-182}^{t_0+182} [y_t - \beta_0 - \beta_1(t-t_0)]^2 K\left(\frac{t-t_0}{365}\right) \quad (15)$$

ここで、 y_t は t 日に観測された修理率であり、カーネル関数として一様カーネル

$$K(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & (-1 < u \leq 1) \\ 0, & (u \geq -1, 1 < u) \end{cases} \quad (16)$$

を採用する。この目的関数を最小化することで求まる推定量 $\hat{\beta}_\delta^{(t_0)}$ を用いて、時刻 t_0 における局所回帰推定量 \bar{y}_{t_0} は次のように表すことができる。

$$\bar{y}_{t_0} = \hat{\beta}_\delta^{(t_0)} \quad (17)$$

t_0 が現在から182日以上前で、前後182日分のデータが揃っている場合は、 $\hat{\beta}_\delta^{(t_0)}$ と12カ月移動平均が一致する。一方、 t_0 が現在から182日以内の場合は、 $\hat{\beta}_\delta^{(t_0)}$ は欠測分のデータを無視して算出した移動平均を一時補正した結果となることが知られている[4]。図5のデータを季節調整した結果を図6に示す。

図6では、修理工場休業の影響が除かれていることがわかる。

3.2 意思決定支援

早期に修理率の評価を行いたいという立場からは、

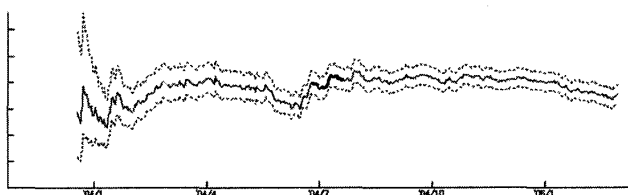


図6 修理率の評価例 (季節調整後)

図6で出荷当初の信頼区間が広く不確実性が高いことが問題となる。出荷当初に修理率が高い値を示す一方で信頼区間が広い場合、対策を急ぐべきか判断に迷う。一般に意思決定における判断の主な根拠は次のような要素で構成されている。

- (1) 現時点の修理率の大きさ： p_0
- (2) 信頼区間の大きさ
- (3) 今後の同一モデル出荷台数： N

この問題に対する解決案として、対策を打った場合と打たなかった場合のキャッシュアウトを比較して、キャッシュアウトが小さくなるように意思決定することが考えられる。対策を打った場合の修理率 Q 、対策コスト c 、一台当たりの平均修理単価 A とすると、単純には、対策を打たないときのキャッシュアウトは ANp_0 、対策を打つときのキャッシュアウトは $ANQ + c$ と見積もることができる。しかし、現時点で対策を打たないと判断した場合も、将来に対策を打つというオプションは保有しており、このオプション自体に価値が有ることが知られている。そこで、現時点では対策を打たないという判断を行った場合の、将来のキャッシュアウトの期待値は ANp_0 ではなく、将来いつでも対策を打つオプションがあることを考慮して期待値を計算する必要がある。図7はこの様子を示している。

ここでは、各時刻 t において対策を打つか打たないか意思決定する機会があり、対策を打つ場合に修理率は必ず Q になると仮定して問題を単純化している。また、時刻 t で対策を打ったときの将来のキャッシュアウトを L_t^{Act} と書く。一方、対策を打たない場合、時刻 $t-1$ と時刻 t の間の修理率が p_t となる確率は $f(p_t)$ で与え、修理率が p_t のときの将来のキャッシュ

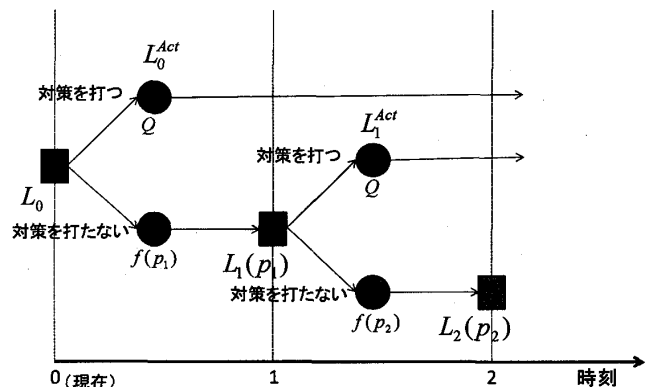


図7 意思決定の流れ：■は対策を打つ/打たないの意思決定を表す。●は各時間における修理率 p_i が確率 $f(p_i)$ で実現することを表す。

アウトは $L_t(p_t)$ と書く。ここで、 $f(p_t)$ の設定の仕方についての議論は文献[5]にゆずる。さらに、キャッシュアウトの期待値を最小にするように各時点で意思決定を行うことにすると、各時刻において次式が成立する。

$$L_{t-1} = \min \left[L_{t-1}^{Act}, \int L_t(p_t) f(p_t) dp_t \right] \quad (18)$$

この式により、 L_t を使って L_{t-1} の評価ができる。すべての出荷が終了した時点以降の意思決定は、その後に対策を打っても効果がないため、考慮する必要がない。そこで、出荷終了時点から繰り返しこの式を用いることで、現時点 $t=0$ における最適な判断を決めることができる。

4. おわりに

ここでは、信用リスクと市場品質を例題として、収集データを統計分析してモデルを構築し、意思決定する例を紹介した。信用リスクの場合は倒産サンプル数が少ないことから、自由度の少ないシンプルなモデルを作成することで精度向上を図った。また、景気変動の影響を反映させた上で、取引先の管理を行っている。また、市場品質の場合は、季節調整による補正を加えた後に修理率を評価している。出荷開始後間もない時

期には、データが少なく、信頼区間が広がることは避けられない。このため、不確実な状況における意思決定の手段としてリアルオプションを考慮した意思決定方法を紹介した。今後、データの収集はさらに進み、精緻なリスク管理が進む中で、ここに挙げたような、統計分析と金融工学的なアプローチの融合は重要になると考えられる。

参考文献

- [1] Nishikawa, T., "Credit Risk Estimation for Small Businesses Based on a Statistical Method," Asia-Pacific Financial Markets 9: 101-126, 2002.
- [2] Warranty Week, Warranty Claims & Accruals in Financial Statements:
<http://www.warrantyweek.com/>
- [3] 岩井仁史, 「品質サービスの情報管理システム」, 東芝レビュー, Vol. 62, No. 4, 2007.
- [4] ジェフリー・S. シモノフ, 「平滑化とノンパラメトリック回帰への招待」.
- [5] Nakatsugawa, M., Nishikawa, T. and Shingaki, R., "Decision Support for Quality Problems under Uncertainty," Journal of the Operations Research Society of Japan, 投稿中.