【書評】

高橋幸雄 著

確率論

朝倉書店　274頁　2008年　定価3,600円＋税

本書は，日本オペレーションズ・リサーチ学会創立50周年記念出版で，朝倉書店の基礎数理講座シリーズのうちの一冊として出版された．東京工業大学の理学部情報科学科と数学科の2年生を対象とした「確率と統計第一」の講義から生まれた確率の入門書となっている．

確率論の基礎概念を，「その理論展開の必然性を示しながら，できるだけ易しく，体系的に，なおかつ可能な限り厳密に解説する」という立場から書かれている．

第1章は，同等に起こりやすい根源事象を数え上げる組み合わせ確率としてサイコロや壷の例題から始まり，確率論発展の歴史的な流れが，パスカルとフェルマーだけでなく，カルダノ，ホイヘンス，コルモゴロフ，ルベーグら数学者の仕事にそれぞれ結びつけながら語られる．

第2章から第6章までは離散的確率空間における確率を扱う．第6章は，「非負整数値確率変数とその分布」としてポアソン分布などを紹介し，非常に強力な道具である確率母関数を導入する．この章の最後には，2項分布がポアソン分布へ収束することと「少数の法則」が証明されるが，確率母関数による証明が，確率分布による証明よりもスマートであるところにも，著者の章立ての工夫が感じられる．

第7章以降は連続分布を扱う．シグマ集合体，確率の公理を定義し，連続な分布関数の性質が詳しく説明されている．連続分布における広義連続分布と絶対連続分布のちがいや，自由に微積分を使えるための条件を理解できる．

第9章では，本書としては例外的にルベーグ積分に踏み込むが，公理論的に確率の適用範囲を拡張するためにそれが必要となる理由を説明することに重点が置かれている．まず，確率を定義できない標本空間の部分集合の例を上げ，「そのような制限をいちいち断るのを避けるため，シグマ集合体を導入する」という動機付けを示している．次に，ボレル集合とボレル可測関数を定義し，これらを利用した確率の拡張定理を述べ，その働きを一様確率空間の場合について具体的に示している．また，ルベーグ積分の節では，リーマン積分を復習することから始めて，積分できる対象をボレル集合体まで拡大できる利点を解説している．

第11章と第12章は，これまでに準備してきた概念や道具を総動員して，確率論の大きな果実である「大数の法則」と「中心極限定理」をそれぞれ扱っており，本書におけるクライマックスとなっている．第11章は，まず，連続確率変数の独立性の定義，和の分布の導出，チェビシェフの不等式を経て，大数の法則（弱法則）の証明を行う．大数の強法則については，4次モーメントが存在する場合についての証明が紹介されている．言うまでもなく，大数の法則とは，多数の試行結果と確率を関係付ける大定理であり，利便性が極めて高いが，ここでは，相対頻度の確率への「収束の速さ」について，サイコロ，正規分布，コーシー分布を例として，大数の法則においては期待値の存在条件が本質的であるということを納得させてくれる．さらに，試行回数を大きくしていけば，経験分布関数が真の分布関数に確率1で収束するという，統計理論の基礎も理解できる．第12章では，分布列の収束を定義し，ド・モアブル―ラプラスの定理を経て，さらに強力な中心極限定理が示される．二項分布やポアソン分布，ガンマ分布，一様分布の正規近似が紹介され，母集団パラメータ推定や仮説検定の必要最低限の統計的手法も詳しく解説されている．

本書のもうひとつの特徴は，演習問題が豊富で，その略解に20ページも割かれていることである．しかも，それらには，「2人ゼロ和ゲーム」の混合戦略などが含まれており，ゲーム理論のような新しい確率の応用分野への橋渡しも随所に意識されている．これらのことからも，本書は，初学者が確率論への理解を深めるための良書といえよう．

（高野正次）