

大学業務におけるシフトスケジューリング

鈴木 敦夫, 伏見 正則, 澤木 勝茂

1. はじめに

南山大学では、1998年の新キャンパスの設置に際して、AHPを用いて新キャンパスに新設する学部の決定を行ったのを皮切りに、オペレーションズ・リサーチを大学の業務改善に利用してきた。2004年からは、プロジェクトNというORチームを結成し、大学内の種々の問題に取り組んでいる。プロジェクトNは、教員と事務職員の混成チームで、毎月1回のミーティングを行っていることは、先月号で紹介したとおりである。プロジェクトNは、9月のミーティングで40回目を迎えた。チーム内でも知らないうちに回数を重ねてきたという感想をもらすメンバーもいて、淡々と5年間続けてきたのが、積み重なってということだと思ふ。

さて、われわれが取り組んできた問題の中で、目だっているのが、シフトスケジューリングの問題である。以下が、2004年以降、プロジェクトNで取り組んだ南山大学の業務上の問題である。

1. 図書館雑誌の見直し問題
2. 南山大学数理情報学部（現情報理工学部）の志願者予測
3. 大学広報活動の志願者増への貢献度の分析
4. 東海地震注意情報発令時の誘導員配置問題
5. 入学試験監督自動割当システムの改良[9]
6. インターンシップ報告会のスケジューリング問題[7][8]
7. 入学試験アルバイトのシフト作成
8. 入学試験本部の要員シフト作成
9. 南山小学校の時間割編成問題

10. 南山学園の通勤圏の再検討
11. スクールバスの最適割当問題
12. 図書館書庫の容量問題

このうち、シフトスケジューリングに関する問題は、5, 6, 7, 8, 9, 11と、12件のうちの6件にもなる。南山大学でもこのような事情であるから、多くの組織で、シフトスケジューリングの問題に頭を痛めていることが伺われる。

ここでは、これらの問題のうち、7, 8を中心に紹介しよう。

入学試験関係のシフトスケジューリングに関する問題は、プロジェクトNに入試課の事務職員が参加していたこともあり、また、プロジェクトN開始前にも、2003年には、入試監督者の自動割当システムを作成したこともあって、プロジェクトNの中心的な課題のひとつであった。2003年に作成したシステムでは、従来、手作業で3日間を費やして作成していた入試監督者のシフトを6時間で作成した。その後、我々は、事務職員と協力してシステムを改良し、2007年度入試からは、事務職員にすべて任せておいても、このシステムを用いて30分ほどで入試監督のシフトを作成できるようになっている[1]。

ところが、2009年度入試では、ある事情から、また、6時間以上もシフト作成に費やさなくてはならなくなった。これは、シフト作成の前提条件の一つが崩れてしまったことによって引き起こされたことである。この前提条件は、暗黙のもので、あまり重要だとは認識されていなかったのであるが、結果としてこれが崩れたことによって、自動割当のシステムが動作しなくなり、入試課はパニック寸前になったとのことである。もし、われわれがその場にいれば、ごく短時間で原因を指摘し、それに対する対処方法を示唆することができたのであるが、入試課は何とか自分たちで解決しようとしたことで、このような結果になった。2010年度からは、このような事態にも対応できるようにシステムも改良し、割当を行うときに、われわれも非常時

すずき あつお, ふしみ まさのり

南山大学 情報理工学部

〒489-0863 瀬戸市せいれい町27

さわき かつしげ

南山大学 大学院ビジネス研究科

〒466-8673 名古屋市昭和区山里町18

に備えて待機しているようにすることを打ち合わせている。

プロジェクト Nには多くの問題が持ち込まれているが、その中で最も多いのは、シフトスケジュールリングの問題である。大学の業務ではシフトを作成しなければならないことが多く、それらは、従来、手作業で行われてきた。シフトを手作業で作成するのはやっかいな作業である。シフトを作成する事務職員は、過去の経験に頼りながら、複雑な条件を考慮したアドホックな方法で作業を行うので、シフトを作成するには時間がかかり、しかも条件を満たすシフトができるかどうか事前にはわからない。

このような理由でシフト作成の自動化の要請は強い。特に、入学試験に関しては、入学試験の願書の受付終了から、入学試験期間までの短時間に多くの作業をしなければならない。その中で、シフトを作成しなくてはならず、短時間で条件を満たすシフトを作成することは非常に重要である。ここで紹介する入学試験に関するシフトスケジュールリングの問題は、入学試験の学生アルバイトのシフト作成問題[3][4]、入試本部で答案枚数を数える要員のシフト作成問題[3][4]である。また、大学では、入試以外でもいろいろな場面でシフトを作成しなければならないことも多い。先月号で紹介した学生のインターンシップ報告会のシフト作成問題もその一例である。

これらのシフトスケジュールリングの問題は、大学ではもちろんのこと、一般企業でも日常的に業務で扱われている問題である。そこでは、多くの場合、責任のある地位にある担当者が、手作業でシフトを作成しており、担当者の大きな負担になっている。例えば、あるホームセンターでは、毎日のシフトを店長がほぼ1時間かけて作成している。また、ある病院のある病棟では、看護師長が4週間分のシフト作成を4時間かけて行っている。これらのシフト作成の作業を自動化して短時間でシフトを作成できるようにすれば、店長や看護師長は本来の業務により時間を振り向けることができるようになり、よりよい店舗の運営、より質の高い看護の実現につながる。

ここでは、上記の南山大学での2例のシフト作成問題とその自動化の事例を紹介する。これらの事例が、他の大学、企業でシフト作成の自動化の問題に直面している方になんらかのヒントになれば幸いである。ただし、シフト作成の問題は、その現場ごとに、考慮すべき条件が大きく異なっている場合が多いので、ここ

で紹介する入学試験に関するシフト作成の問題も、そのまま他の大学の入学試験のシフト作成に適用できることはないかもしれない。例えば、南山大学の入学試験監督のシフト作成に際しては、年長の教員ほど、監督回数が少なくなるという条件があるが、他の大学ではそのような配慮をしている可能性は少ないであろう。

また、これらの事例は、入学試験にしても、インターンシップ報告会にしても、年に1回のことであり、ある程度、公平性が犠牲になっても、業務に大きな影響は出ない。ある人が他の人よりも1時間多く業務を行っても、1年に1回のことであるから、さほど問題にはならない。ところが、前述したホームセンターや病院の看護師の場合は、毎日のシフトの問題であり、シフト作成者にとっては、公平性は最も重要な要因になっている。このことが問題をより複雑で難しいものになっている。

このようにここで紹介する2つの事例は、シフトスケジュールリング問題の中でも、簡単な部類の問題である。にもかかわらず、これらのシフト作成を自動化したことで、入試課の業務を大きく改善し、事務職員の作業の負担を軽減することができた。また、われわれがシフト作成の自動化を行う過程で得られた知見は、これから同様の自動化を行うときには役に立つことが期待できる。

2. 入学試験アルバイトのシフト作成

南山大学では毎年2月7日から2月13日まで2月8日を除いた6日間、名古屋市にあるキャンパスで入学試験を行う。この間、のべ約1万5千人の受験者が受験する。入学試験の事務を取り扱う入試課では、監督者、監督補助のアルバイトをする大学院生、会場案内や連絡係のアルバイトをする大学生、答案の枚数を数える事務職員など、多くのシフトを作成しなくてはならない。特に、受験者数が決定して、試験室が確定してからでないと作成できない、監督者、監督補助者、会場案内、連絡係のシフト作成は、願書の締切から試験当日の1週間で行わなければならない。これは、入試課の大きな負担になっており、自動化の要請が強かった。監督者、監督補助者については、前述のように2004年度入試から自動化を行ってきた。その成果を受けて、会場案内、連絡係をする学生アルバイトのシフトを2008年度入試から、答案の枚数を数えて確認する事務職員のシフトを2009年度から自動作成している。

ここでは、まず、会場案内や連絡係などの学生アルバイトのシフト作成の自動化を紹介する。南山大学の入学試験では、約 200 名の学生アルバイトを雇用して、以下で述べるような補助的な業務を行っている。これらの学生は、入学試験中の貴重な戦力であり、適切なシフトを作成することが重要である。従来は、担当の事務職員が長時間かかってシフトを手作業で作成していた。

アルバイト代は比較的高額に設定されているので、毎年多くの学生が応募している。応募者を絞るために、アルバイト学生は、3 日間以上勤務可能という条件で募集している。6 日間すべて勤務可能という学生も多い。運動部所属の学生も多く、彼らは 2 月の厳寒期でも屋外で長時間案内係をすることができる体力がある。

アルバイト学生の業務は、以下のようにさまざまで、その負担の度合いも異なっている。例えば、キャンパス担当は厳冬期に屋外で長時間業務に就かなくてはならず、かなりの負担である。一方、待機者は暖かい待機室で待機しているだけという、学生にとっては人気の業務である。

(1) 試験室担当

使用する試験室に 1 名ずつ配置する。業務内容は試験室内点検や連絡表の受け渡しなど。

(2) フロア責任者と伝令担当

試験室がある建物の各フロアにフロア責任者と伝令担当を 1 名ずつ配置する。業務内容は担当フロア内の試験室の取りまとめや遅刻受験生の案内、欠席者報告など。

(3) キャンパス（案内・誘導）担当

キャンパス内の要所要所、すなわち教室棟のロビーや階段、メインストリート、キャンパスの各門にあらかじめ決まっている人数を配置する。試験室への受験生の誘導やキャンパス内の案内を行う。

(4) 待機者

予定していた担当者が病気等で当日担当できなくなったときのための予備員である。

6 日間の入試期間中のこれらの業務に約 200 名のアルバイト学生を割り当てるシフト表を作成するが、前期の業務を公平に割り当てることが重要になる。

シフト作成の自動化にあたって、われわれは以下のように問題を分割することを考えた。それは、なるべく短時間で解を求めることができるようにするためである。短時間で解を求めることができれば、条件を変

えて繰り返し解を求められるようになり、入試課の担当者が満足できる解を求めることが実用的な時間で可能になるからである。

第 1 段階：学生アルバイトの勤務日と勤務する業務を決定する。

第 2 段階：学生アルバイトが勤務する業務の担当場所を決定する。

第 1 段階は、入試監督のシフト自動作成問題で行ったのと同様に最小費用流問題に帰着させて解いた[5]。帰着させた問題を最適化ソフトウェア What's Best! を用いて解いた。第 2 段階では貪欲算法を用いて解を求めた。

シフト作成に際して考慮した制約条件は以下のとおりである。

- (a) 割当可能日数に対する実際の勤務日数の決定について：全員 3 日は勤務することを前提にし、それ以上については、勤務可能な日数が多い人を優先して勤務可能日数が 4 日以上を対象に、勤務可能日数が少ない人から順に 1 回ずつ減らしていき、実際の勤務日数を決定する。
- (b) 待機者について：(a)により、全員の勤務日数を 3 日にしても入学試験期間の 6 日間で必要な延べ人数より多い場合は、待機者の人数を増やすことで対応する。
- (c) フロア責任者とキャンパス担当：事前に指定された特定の学生を優先的に勤務させる。つまり、ある試験日に対象の学生が勤務する場合は、他の作業よりもフロア責任者（キャンパス担当）に優先的に割り当てる。ただし、指定された学生をなるべく多くの日に勤務させるということではない。
- (d) 各フロアにおける男女の配置条件：各フロアにおいて、試験室担当とフロア責任者は試験中に受験生がトイレを利用する場合には付添う。その際、できれば同性が付添うことが望ましい。特に女子受験生には配慮する必要がある。そのため、各フロアで勤務する試験室担当とフロア責任者のうち、少なくとも 1 名は女子学生とする。できれば女子学生ばかりのフロアも避けたいが、例年、男子学生の応募が減少しており、制約条件とすることはできない。そこで、考慮すべき条件として解を求める。

第 1 段階の最小費用流問題としての定式化で用いる記号は以下の通りである。構成するネットワーク上のノ

ード、枝について記号を定義する。

I : ノード全体の集合

I_M : 男子学生ノードの集合

I_F : 女子学生ノードの集合

s : ソースノード

t : シンクノード

d_1, d_2, d_3 : 勤務可能日数のうち実際に割当てられない日数が流れるダミーノード

λ : 試験日, $\lambda=1, 2, \dots, 6$

γ : 業務を識別するパラメータ (男女の区別あり)

$\gamma=1$: 試験室担当 (男子学生)

$\gamma=2$: 試験室担当 (女子学生)

$\gamma=3$: フロア責任者 (男子学生)

$\gamma=4$: フロア責任者 (女子学生)

$\gamma=5$: 伝令担当

$\gamma=6$: キャンパス担当

$\gamma=7$: 待機

μ : 業務を識別するパラメータ (男女の区別なし)

$\mu=1$: 試験室担当

$\mu=2$: フロア責任者

$\mu=3$: 伝令担当

$\mu=4$: キャンパス担当

$\mu=5$: 待機

$k_{\lambda\gamma}$: 試験日 λ の各業務を表す役割ノード (男女の区別あり), $\lambda=1, 2, \dots, 6$; $\gamma=1, 2, \dots, 7$
 $K_\lambda = \{k_{\lambda\gamma} | \gamma=1, 2, \dots, 7\}$

l_λ : 試験日ノード, $\lambda=1, 2, \dots, 6$

E : 枝の集合 ($(i, j) \in E, i, j \in I$ で表す)

∂V_i^+ : i から出る枝の集合, $i \in I$

∂V_i^- : i に入る枝の集合, $i \in I$

p_{ij} : 各枝の容量, $(i, j) \in E$

c_{ij} : 各枝の流量1単位あたりのコスト, $(i, j) \in E$

a_i : 学生 i の割当可能日数, $i \in I_M \cup I_F$

$N_{\lambda\mu}$: 試験日 λ に各業務に必要な人数 (男女の区別なし), $\lambda=1, 2, \dots, 6$; $\mu=1, 2, \dots, 5$

M_{\max} : ダミーノード d_1, d_2, d_3 に流れる流量 (実際には割当てられない日数の合計)

x_{ij} : i から j への流量, $(i, j) \in E$

これらの記号を用いると、第1段階の問題は以下のように線形計画法問題として定式化できる。ダミーノードを用いて、上記の条件(c)を実現している。これは、入試監督のシフト自動作成で用いたのと同様の手法である[5]。

[P 1]

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{(i,j) \in \partial V_i^+} x_{ij} = a_i, \quad i \in I_M \cup I_F \quad (2)$$

$$\sum_{j \in K_\lambda} x_{ij} \leq 1, \quad i \in I_M \cup I_F, \quad \forall \lambda \quad (3)$$

$$x_{k_{\lambda 1} l_\lambda} + x_{k_{\lambda 2} l_\lambda} = N_{\lambda 1}, \quad \forall \lambda \quad (4)$$

$$x_{k_{\lambda 3} l_\lambda} + x_{k_{\lambda 4} l_\lambda} = N_{\lambda 2}, \quad \forall \lambda \quad (5)$$

$$x_{k_{\lambda 5} l_\lambda} = N_{\lambda 3}, \quad \forall \lambda \quad (6)$$

$$x_{k_{\lambda 6} l_\lambda} = N_{\lambda 4}, \quad \forall \lambda \quad (7)$$

$$x_{k_{\lambda 7} l_\lambda} \geq N_{\lambda 5}, \quad \forall \lambda \quad (8)$$

$$x_{k_{\lambda 2} l_\lambda} + x_{k_{\lambda 4} l_\lambda} \geq N_{\lambda 2}, \quad \forall \lambda \quad (9)$$

$$x_{d_1 t} + x_{d_2 t} + x_{d_3 t} = M_{\max} \quad (10)$$

$$\sum_{(i,j) \in \partial V_i^+} x_{ij} = \sum_{(h,i) \in \partial V_i^-} x_{hi}, \quad i \in I - \{s, t\} \quad (11)$$

$$\sum_{(s,j) \in \partial V_s^+} x_{sj} = \sum_{(i,t) \in \partial V_t^-} x_{it} \quad (12)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq p_{ij}, \quad (i, j) \in E \quad (13)$$

制約式の意味は以下のようである。

(2) 各学生の勤務可能日数の制約

(3) 各試験日に担当する業務は最大1種類という制約

(4)~(7) 試験室担当, フロア責任者, 伝令担当, キャンパス担当として必要な人数の制約

(8) 待機者として必要な人数の制約

(割当条件(b)より, 待機者はあらかじめ設定した人数より増やす可能性がある)

(9) 割当条件(d)より, 各試験日に試験室担当とフロア責任者として勤務する女子学生の合計人数が, フロア責任者として必要な人数と同数以上になることを表した制約

(10) 割当可能日数のうち, 実際に割当てられない日数についての制約

(11), (12) 流量保存の制約

2009年度入学試験では, [P 1]は約13,000変数, 27,000制約式の問題となり, PC上の最適化ソフトウェア, What's Best! 9.0.4を用いて, 約5秒で解を求めることができた。

第2段階では, 第1段階の解を元に, 各業務の場所(教室, フロア, 案内に立つ場所など)を貪欲算法で決定した。この計算に要する時間はごくわずかである。表1, 表2は, 出力結果の一部である。表1は, 各試験日の勤務者を, 表2は, 各アルバイト学生ごとの業務をあらわしている。

2009年度入学試験で, この方法でシフトを生成し

表1 各試験日の業務割当。網掛けは女子学生を表す

2月7日

フロア	NO	教室	試験室担当		フロア責任者	
			番号	氏名	番号	氏名
1	1	体育A	1	l	10	r
	2	体育B	2	D		
	3	体育C	3	OO		
	4	体育D	4	NN		
	5	体育E	5	GG		
2	6	体育F	6	f	11	J
	7	体育G	7	q		
	8	体育H	8	E		
	9	体育I	9	WW		

表2 各アルバイト学生の業務。網掛けは女子学生を表す

番号	氏名	2月7日	2月9日
**1	a		試験室・体育B
**2	b		試験室・体育A
**3	c		
**4	d	案内・正門	
**5	e		試験室・体育G
**6	f	試験室・体育F	
**8	g		試験室・体育F
**9	h		
**10	i		試験室・M1

た結果、ごく短時間で満足すべき結果を得られた。ただし、いくつかの点を修正することが必要になった。その中の一つは、学生の業務をより公平にするという要請である。具体的には、アルバイト学生が、屋外で案内係をする回数を均等化するということである。厳冬期に屋外での案内係は厳しい業務になり、この業務の回数に少しでもばらつきがあると不公平になるという考えである。これについては、すでに修正している。

3. 入学試験本部の要員シフト

入学試験本部の業務の中で、試験場から回収した答案の枚数が受験者数と一致しているかどうかを確認する業務が大きな比重を占めている。事務職員を中心とした要員が各々1,2室の試験室を担当し、試験室から回収された答案の枚数があらかじめ調査したそれらの試験室の受験者数と一致していることを確認する。この業務は、非常に重要で、間違いなく答案枚数を確認

しなくてはならない。そのため、ダブルチェックは欠かせず、これらの要員はペアを組み、互いに自分が確認した答案を交換して再度確認をする。

シフトを作成するための制約条件は、枚数確認を正確に行うために、初めてこの業務を担当する新人職員は、経験を積んだベテランとペアを組むこと、また、公平性のために、入試期間中の6日間に担当する答案枚数が新人職員、その他の職員のそれぞれについてあらかじめ与えられた範囲にあることである。

このシフト作成の問題は0-1整数計画問題として定式化できる。2009年度入学試験では、要員は35名、試験室は6日間で延べ240室ほどであった。この問題は比較的単純な制約条件を満たす実行可能解を求めればよく、0-1整数計画問題として定式化し、最適化ソフトウェアを用いて、短時間でよい解を求めることができた。実際、2009年度入学試験では、問題は、約7,300変数、500制約式の問題として定式化され、標準的なPCでWhat's Best!9.0.4を用いて約11秒で解を求めることができた。

定式化に用いた記号は以下のとおりである。

I : 職員の集合

I_1 : 新人職員の集合

I_2 : $I \setminus I_1$

J : 作業を行う日数の集合

K_j : j 日に使用する教室数

m : 経験者が数える最少答案枚数

M : 経験者が数える最多答案枚数

n : 新人が数える最少答案枚数

N : 新人が数える最多答案枚数

a_{jk} : j 日の教室 k の答案枚数 $k=1, \dots, K_j$

$x_{ijk} : \begin{cases} \text{職員 } i \text{ が } j \text{ 日に教室 } k \text{ を担当するとき} & 1 \\ \text{職員 } i \text{ が } j \text{ 日に教室 } k \text{ を担当しないとき} & 0 \end{cases}$

これらの記号を用いて、問題は以下の制約式を満たす実行可能解を求める問題として定式化できる。

[P2]

$$\sum_{l=0}^{\lfloor \frac{K_j-1}{2} \rfloor} x_{ij,2l+1} = 0, \quad i \in I_1, \quad j \in J \quad (14)$$

$$m \leq \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{K_j} a_{jk} x_{ijk} \leq M, \quad i \in I_2 \quad (15)$$

$$n \leq \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^{K_j} a_{jk} x_{ijk} \leq N, \quad i \in I_1 \quad (16)$$

$$\sum_{k=1}^{K_j} x_{ijk} = 1, \quad i \in I, \quad j \in J \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} = 1, \quad j \in J, \quad k=1, \dots, K_j \quad (18)$$

表3 要員シフトの出力の一部. 要員ごとの各試験日の担当試験室

要員	合計枚数	日程	担当試験室	枚数
A	444	2月7日	D32	46
		2月9日	EB1,E11	124
		2月10日	E12,E21	88
		2月11日	H26,H31	48
		2月12日	K21,K22	88
		2月13日	KB1	50
B	490	2月7日	体育G	84
		2月9日	体育B	96
		2月10日	H34	44
		2月11日	HB1,HB2	105
		2月12日	K25,K37	89
		2月13日	MB12	72

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad k = 1, \dots, K_j \quad (19)$$

制約式の意味は以下のである。

- (14) 新人は偶数番目に割当てられる。このことで自動的に経験のある職員とペアを組むことができる。
- (15), (16) 要員はある定められた範囲の枚数の答案を確認する。
- (17) 各試験日で要員が担当する試験室は1室
- (18) 各試験室は各試験日にかならず要員に割当てられる。

表3はシフトの出力の一部である。表3は要員ごとの担当試験室をあらわしている。そのほかに試験日ごとの各試験室の担当者の表も出力する。

4. おわりに

ここで紹介した2つの事例のいずれについても、そ

の実現に当ってはその業務を担当する事務職員と何回も打ち合わせを行った。その際には、模擬データで実際にシフトを作成し、改善点を見つけ出している。そこで、担当者が重視していたのは、

- (1) シフト作成に当って、担当者が容易に修正を加えられるか
- (2) シフト作成の基礎データに誤りがあったとき、それがすぐにわかるか
- (3) シフト作成ができなかったとき、その原因がすぐにわかるか

の3点であった。われわれのシステムではこれらを最重要としている。

参考文献

- [1] 長谷川利治, 鈴木敦夫, 伊倉義郎, オペレーションズ・リサーチの新たな展開—理論研究から応用重視への転換, 中部産業連盟機関紙「プロGRESS」, 第659号, 2-10, 2006.
- [2] 澤木勝茂, 鈴木敦夫, 大学業務改善に向けてのORの活用, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 54, No. 5, 255-260, 2009.
- [3] 鈴木敦夫, 山本佳奈, 伊東尚美, シフトスケジューリング—南山大学での事例紹介, スケジューリング・シンポジウム2009講演論文集, 25-30.
- [4] A. Suzuki, K. Yamamoto, N. Ito and M. Fushimi, Shift Scheduling Problems in Nanzan University Entrance Examinations—Their Formulation and Implementation, Proceedings of the 8th International Symposium ISORA 2009, Operations Research and Its Applications, Lecture Notes in Operations Research, World Publishing, Vol. 10, 461-468, 2009.
- [5] 山本佳奈, 鈴木敦夫, 南山大学における入試監督自動割当システムの作成, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 54, No. 6, 335-341, 2009.

What's Best! はLINDO社の登録商標です。