最適配置の理論：都市施設の場所について

大津　晶

「都市の OR」は，OR 手法の都市計画への応用，もしくは地域的課題に対する OR 的アプローチを大括りにした分野である．その中で都市施設の配置に関する理論は，長年の研究によって理論的体系がかたち作られると同時に，現実社会の諸現象を考現学的に説明する柔軟さも持っていて，なかなかに裾野が広い．OR の他の分野と比べ題材が身近であって敷居が高くなく，加えて最適化理論から応用事例まで幅広く学ぶことができるという意味で，初学者にお勧めしやすい領域でもある．馴染みのない読者には，本稿で紹介する最適配置理論の初歩的事例で「空間的要素と最適化」および「最適性の社会的意義」という都市の OR の勘所を感じていただきたい．

キーワード：施設配置，社会的最適配置，競争的均衡立地

1.　はじめに

「何を何処につくるか―」．施設の配置は古くて新しい，そしておそらく，いままでもこれからも我々にとって身近な問題である．人々が共同体をつくり社会を営めば，たいていは何らかの“施設”を共有することになり，おそらくその共同体にとって合理的と思われる“場所”にその施設を配置しようとするに違いない．この原理的な最適施設配置の要求は，人口が増えて都市が拡大し，交通機関が発達した今日でも基本的には変わらないといってよいだろう．

施設配置モデルの研究は 50 年以上の歴史の中で，さまざまな“現実”に即した多くのモデルを提案している．本稿の目的は，この分野に馴染みの薄い読者に最適施設配置理論を紹介することであるが，空間（1 次元/2 次元/ネットワーク）や施設の数（単一/複数），解の制約（連続/離散），利用者分布などの比較的オーソドックスな要素に加えて，移動型サービスの広がりや利用者の行動特性を考慮した時空間モデルにおける施設配置，さらに近年は立ち寄り型施設の配置モデルなども研究されており，与えられた紙幅で最適施設配置モデルの全体像を網羅的に描こうとすると，これらの一つひとつ，あるいはその要素を組み合わせた数多のバリエーションモデルを徒に列挙することになってしまい，却って趣旨を損ねることになりかねない．

ところで，“施設配置の最適性”を議論する際に念頭に置いておかなければならないのは，公共性の観点から社会全体にとって望ましい施設配置と，他の施設との競争的環境にあって，より多くの利用者を獲得しようとする立場からの施設配置（この文脈では「立地」を用いることが多い）では，“最適な配置”の持つ意味がずいぶんと異なる，という点にある．

故に，ここでは基本的に 1 次元の連続空間を例に用いて「社会的最適配置モデル」および「競争的均衡立地モデル」を紹介し，施設配置における最適性の意味あるいは解釈という側面を強調した解説を試みる．

念のため先に断っておくが，施設配置モデルにおける“施設”は，実は郵便ポストでも，あるいはドーム球場でも構わない．むしろ OR 的にはこのスケーラビリティこそモデル分析がもたらす大きなメリットであるのだが，具体的な事例という意味で，公共（的）施設および商業施設の代表にそれぞれ病院とコンビニエンスストアをとりあえずの題材にし，最適施設配置モデルを解説することにしよう．

2.　社会的最適配置モデル

いま図 1 のような，1 次元地域（例えば街道沿い）に 5 軒の家が建ち並ぶような状況を想定する．

この地域に病院を 1 軒だけ建設する場合に，どのような点に配慮して建設位置を決めればよいだろう．一

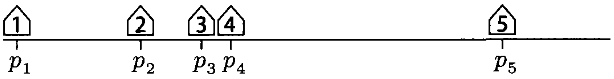

図 1　1 次元の地域と利用者の分布

おおつ　しょう
小樽商科大学 商学部
〒047-8501 小樽市緑 3-5-21

人ひとりの利用者にとって，病院がより近くにある方が望ましいと考えるのが自然であるから，通院距離を重視して建設位置を決める2通りのモデルを紹介する．

2.1　総通院距離を最小化する考え方

この地域全体にとって最適な病院の建設位置を以下のような考え方で決定してみよう．

- 病院とは，基本的に利用者が通院することで医療サービスを受ける施設である．
- “通院”すなわち“移動”のコストを原則として利用者が負担するのであれば，全利用者の総費用を最小にする位置に建設すればよい．
- 今後，仮に通院費用を公的負担するような制度が実施されるのであれば，なおさら総通院費用が最小になる位置に建設すべきである．

この考え方を定式化すると，病院の建設位置を x として，総通院距離最小化問題：

$$\min_{x} \sum_{i\in\{1,\cdots,5\}} |x_i - x| \tag{1}$$

のようにミニ・サム型の問題として記述できる．実はこの問題の最適解はメディアン（中央値）となることが分かって，建設位置は p_3 の位置に一致する．もしも利用者数（需要点）が偶数の場合は，中央の2軒の間の任意の位置が最適解となる．

2.2　最大通院距離を最小化する考え方

他方，以下のようなロジックもまた，別の観点から見た社会的公平性に則って十分に妥当といえる．

- 移動コストを負担するのは原則として利用者であり，病院をどこに建設しようとも，完全に公平すなわち全利用者と病院の距離を等しくすることはまず不可能である．
- であるならば，最も高い費用負担を強いられる利用者，すなわち病院から最も遠くなる利用者がなるべく近くなるように建設すべき．
- さらに，救急医療サービスを重視するならば，救急搬送に要する時間がなるべく長くならないような配慮も必要である．

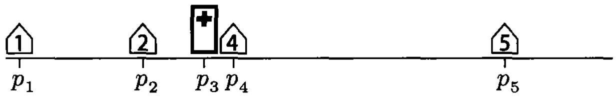

図2　総通院距離を最小化する建設位置

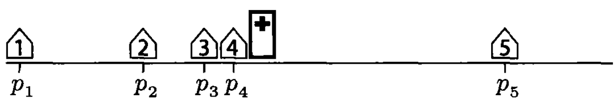

図3　最大通院距離を最小化する建設位置

先ほどと同様に，この考え方は最大通院距離最小化問題：

$$\min_{x} \max_{i\in\{1,\cdots,5\}} |x_i - x| \tag{2}$$

のようにミニ・マックス型の問題として定式化できる．このとき最適解はミッドレンジ（センター）となり，建設位置は P_1 と P_5 の中点になる．当然ながら最適解は両端の位置にのみ依存し，中間の利用者の位置は解に影響しないことが分かる．

病院配置において，総通院距離最小化と最大通院距離最小化のどちらが正しいのかを議論するのはあまりみのりがない．この2つのシンプルなモデルは，建設位置検討の際のガイドライン，あるいは既存の施設の配置を評価する際の目安のようなものとして活用するほうが建設的であるように思える．

なお，あまり標準的なモデルとはいえないが，やや今日的な政策を意識した

$$\min_{x}\{\max|x_i - x| - \min|x_i - x|\} \tag{3}$$

のような定式化もできる．この目的関数の意味は読者に考えていただこう．

2.3　2次元への拡張

冒頭で「1次元に限る」と書いたが，適用可能な政策の“間口”を広げておくためにも，2次元空間への拡張は視野に入れておいたほうが良い．実は2次元空間の場合もさほど大袈裟に考える必要はなく，1次元のモデルとほとんど同じ作法でモデル化が可能である．

総通院距離最小化問題を2次元平面上で定式化すると，利用者から病院までの距離をユークリッド距離で定義したとき，利用者数を N として，

$$\min_{x,y} \sum_{i\in\{1,\cdots,N\}} \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \tag{4}$$

となる．ところで，多くの関連書籍ではこのかたちのモデルをWeber問題（最適解をWeber点）とよぶが，これは「工業立地論」でお馴染みのA. Weber（ちなみにM. Weberの弟）がこの問題を最初に提唱したことに由来する．

(4)を見て分かるように，最小値は解析的には求められないので，最急降下法などの繰り返し計算で数値的に求めることになる（文献[6]など）．

通常それほど性質の悪い関数ではないので，程度の良い解を得ることは難しくないが，より簡便な方法として，2乗距離やrecti-linear距離（マンハッタン距離）を用いた近似的方法もある．後者については，京都や札幌のような格子状道路網上の移動を想定したと

きに，直線距離よりも説明力が高いこともあるので，必ずしも近似的という表現は適切ではないかもしれない．

【2 乗距離】

$$\min_{x,y} \sum_{i\in\{1,\cdots,N\}} \{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2\} \tag{5}$$

2 乗距離を用いた場合，式(4)の最適解 (x^*, y^*) は，

$$(x^*, y^*)=\left(\frac{\sum x_i}{N}, \frac{\sum y_i}{N}\right) \tag{6}$$

となり，利用者分布の重心に一致することがわかる．

【recti-linear 距離】

$$\min_{x,y} \sum_{i\in\{1,\cdots,N\}} \{|x_i-x|+|y_i-y|\} \tag{7}$$

recti-linear 距離を用いれば，(7)は，

$$\min_{x} \sum_{i\in\{1,\cdots,N\}} |x_i-x|+\min_{y} \sum_{i\in\{1,\cdots,N\}} |y_i-y| \tag{8}$$

と分割して考えることができるので，最適解は各座標ごとに求めたメディアンとなる．

一方，ユークリッド距離を用いた 2 次元の最大通院距離最小化問題は，

$$\min_{x,y} \max_{i\in\{1,\cdots,N\}} \sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2} \tag{9}$$

と定式化できて，最適解は平面上に分布している需要点をすべて含む最小の円の中心（センター）となり，最遠点ボロノイ図を用いた効率的な計算方法が知られている（文献[6]など）．

計算例として，北海道のいくつかの大学を用いた結果を図 4 に示しておこう．○もしくは□が大学であり，これらを需要点とする Weber 点が●，重心が×である．重心は目的関数に距離の 2 乗が含まれているため，“より遠くの利用者に優しい”位置が解となる．また大学を母点とした描いた最遠点ボロノイ図とそれを用いて導いたセンターが■である．

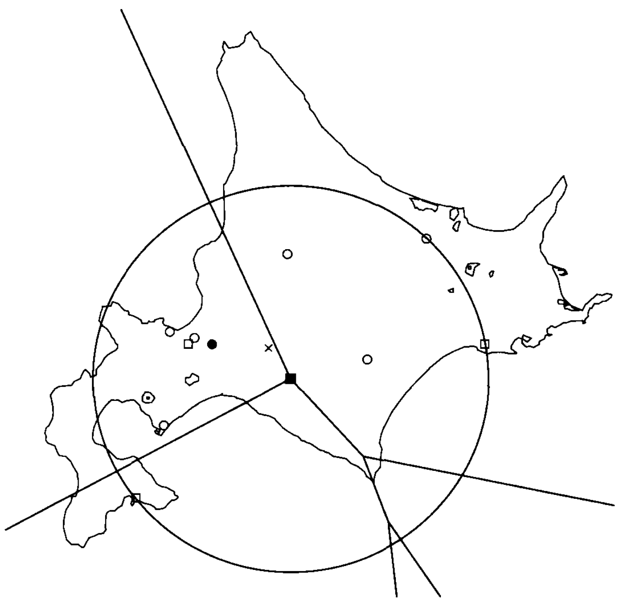

図 4　計算例：北海道の 9 つの大学を需要点と見なした Weber 点，重心，センター

3.　競争的均衡立地モデル

前節までのモデルは，公平性の考え方に違いがあったものの，あくまでも社会的に望ましい施設配置を指向するモデルであった．病院や学校のような公共施設ではなく，純粋に利用者（利益）の最大化を目的として立地を決定する商業施設の最適配置（立地）はどのように考えることができるだろうか．以下，図 5 のような閉鎖的な地域において競合する 2 つのコンビニエンスストアの戦略的立地について考えてみよう．

簡単のために，以下の状況を仮定する．

条件 1　競合している 2 つの店舗は完全に同じサービスを提供する．

条件 2　店舗の利用者は地域に一様に分布し，近い方の店舗を利用する．

条件 3　両店舗は独立に立地のみを変化させて利用者の最大化を図る．

このモデルは Hotelling の問題として知られており，図 5 の店舗 A と店舗 B が，より多くの利用者を獲得するために，おのおの独立に立地を変化させていく過程は図 6 のようになる．

図 6 では店舗 A を“先手”としたが，店舗 B を先手にしても，また初期状態が変わっても，最終的に地域の中央に 2 店舗が隣接して動かなくなる（これ以上

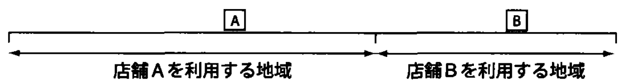

図 5　競合する 2 つの店舗

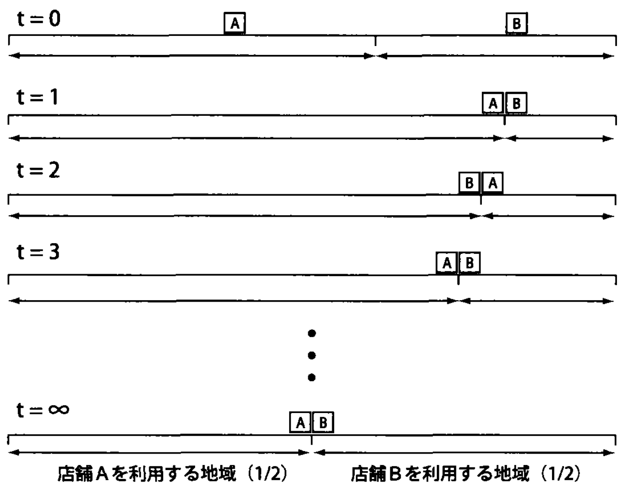

図 6　2 店舗の立地更新の過程と立地均衡

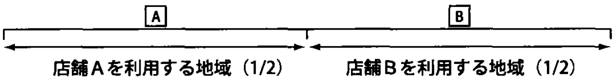

図7　利用者にとって望ましい店舗立地

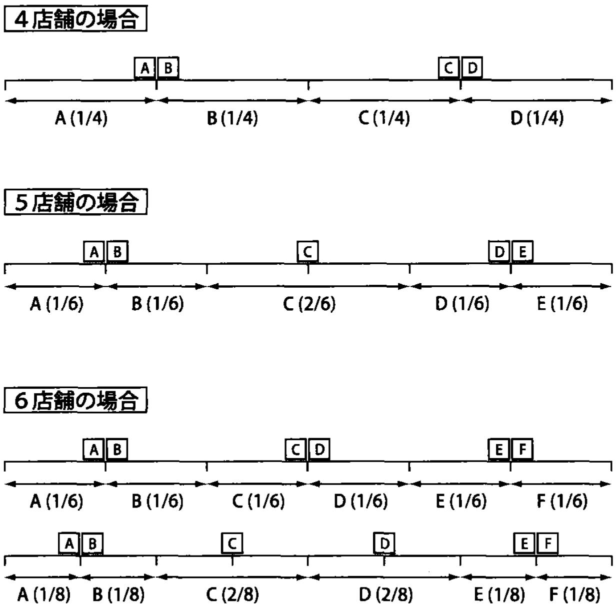

図8　店舗数4，5，6の均衡立地

動いても利用者を増やせない）立地均衡状態が出現する．

興味深いのは，図6の均衡状態における店舗Aと店舗Bの利用者数（支配的地域の大きさ）と，図7の状態における利用者数は同じという点である．

両店舗のサービスは同等だから，利用者にとっては当然地域にまんべんなく立地している方が望ましい．つまりこの例は，各店舗の利潤最大化行動から必ずしも社会的に望ましい施設配置が達成できず，また各店舗にとっても経営上のメリットが無い結果につながった端的なケースといえるわけである．

図8に，店舗数を増やした場合の立地均衡状態を示す．なお，3店舗の場合は均衡解が存在しない．

4．おわりに

冒頭で，施設配置問題が古典的なだけでなく「新しい」と書いた理由はいくつかある．本稿では，病院とコンビニエンスストアを公共性の高い施設と営利性の高い施設の代表格として対比的に示したが，その境界はずいぶんと曖昧になってきている．多くの地方都市における公立病院の状況を見ると，病院といえども経営の効率性や収益性を無視はできない時代であるし，他方で近年のコンビニエンスストアはその名の通り利便施設から限りなく生活必需施設になっていたり，なかには災害時の物資備蓄機能を果たしたりするものも出始めた．また，モビリティやICTの進展による距離の克服や仮想空間の出現も，現実の都市空間における施設配置に少なくない影響を及ぼしている．

施設配置を取りまく現実社会の状況が複雑化/高度化すればするほど，OR的な発想や分析手法の有用性は増すものと考えられる．多くの有能なOR研究者にこの分野に関心を持っていただければ望外の喜びである．

参考文献

[1] Drezner, Z. E. and Hamachar, H. W., “Facility Location Application and Theory,” Springer, 2002.

[2] 伊理正夫監修，腰塚武志編集，『計算幾何学と地理情報処理（第2版）』，共立出版，1993.

[3] 栗田治，『都市モデル読本』，共立出版，2004.

[4] 松原宏編著，『立地論入門』，古今書院，2002.

[5] 中村良平，田渕隆俊，『都市と地域の経済学』，有斐閣，1996.

[6] 日本建築学会編，『建築・都市計画のためのモデル分析の手法』，井上書院，1992.

[7] 岡部篤行，鈴木敦夫，『最適配置の数理』，朝倉書店，1992.