2次形式の調整費用を考慮した代替的な環境政策について

後藤　允，高嶋　隆太，辻村　元男

本研究は，政策意思決定者が汚染物質の排出フローを削減する環境政策として，2種類の政策選択肢を所有している場合に，どちらの政策をいつ実施すればよいかについて考察する．考察に際しては，政策実施にかかる費用として，政策の規模とは独立な費用と規模に比例した費用，さらに2次形式の調整費用を考慮した．分析を行うために，政策意思決定者の問題を最適停止問題として定式化し，政策が実施される時刻を求める．

キーワード：環境政策，代替政策，最適停止

1. はじめに

環境問題を議論する際の重要な要素の一つとして，不確実性が挙げられる．例えば，地球温暖化を考えた場合，大気に関わるシステムが非常に複雑なため，将来の温暖化の程度は，確実にはわからない．また，大気中の温暖化ガスの濃度が同じであったとしても，温暖化によって被る損害は，人口の変化や天候などそれ以外の不確実な要素によっても毎期異なると考えられる．このような不確実性下における環境政策に関して，文献[1][2]などは，不確実性下において，設備投資など不可逆なプロジェクトへの投資を分析するリアルオプション・アプローチを環境問題の分析に応用した．

本研究は，Pindyckの研究を基礎とし，政策意思決定者（以下，主体とする）が2種類の政策選択肢を所有している場合に，どちらの政策をいつ実施すればよいかを明らかにする．環境政策1は，政策実施に要する費用は低いが，汚染物質の排出削減量も小さい政策である．一方，環境政策2は，政策実施に要する費用は，政策1よりも高いが，汚染物質の排出削減量は，政策1よりも大きい政策である．このような代替的な環境政策の分析をするために，本研究では，まず，政策1，2のいずれかしか主体が実施できない場合を考察する．次に，この分析を拡張し，主体は，政策1と2のいずれも実施可能であり，2種類の代替的な政策のどちらかを実施する場合を考察する．考察に際しては，2種類の代替的なプロジェクトへの投資を分析した文献[3]に従う．このような主体が2つの政策選択肢を所有する場合の環境政策については，文献[4]が考察している．本研究は，文献[4]を次のように拡張した．1) 汚染物質から被る損害が汚染物質のストックと線形の関係にあったのを非線形（2次関数）に拡張した．このため，最適な政策実施時刻を定める閾値が汚染物質のストックに依存する形で求まるようになった．2) 政策実施費用を定数としていたのを政策の規模に依存させ，さらに調整費用を考慮し，非線形（2次関数）の形に拡張した．

2. 単一環境政策

主体は，経済活動から便益を得ているが，同時に，汚染物質の排出によって損害を被っているとする．したがって，汚染物質の排出を削減する環境政策の実施を検討しているとする．検討する環境政策は，同じ水準の経済活動から排出される汚染物質が少なくなるような設備を導入する政策である．ただし，環境政策としては，汚染物質の削減量と削減費用が異なる2種類の政策（政策1，2）を考察する．主体は，これら二つの政策のうちどちらを実施するのが最適なのかについて検討している．主体の問題を考察するために，本節では，環境政策として，政策1,2のいずれか一方しか主体が政策選択肢として所有していない場合を考察

ごとう　まこと
早稲田大学 創造理工学部
〒169-8555 新宿区大久保3-4-1
たかしま　りゅうた
東京大学 大学院工学系研究科
〒113-0033 文京区本郷7-3-1
つじむら　もとお
龍谷大学 経済学部
〒612-8577 京都市伏見区深草塚本町67

する．

主体は，時刻 $t \geq 0$ において，経済活動の水準 Q_t から便益 pQ_t を得ているとする．$p(>0)$ は経済活動の水準を金額に変換する定数パラメータ．経済活動の水準 Q_t の過程は，微分方程式

$$\mathrm{d}Q_t = \alpha Q_t \mathrm{d}t, \quad Q_0 = q \tag{2.1}$$

に従っているとする．ただし，$\alpha > 0$ とする．経済活動に伴って排出される汚染物質のフローは，経済活動のある一定割合で汚染物質が排出され，γQ_t[1] と与えられるとする．排出された汚染物質が蓄積されたストックを Y_t とし，Y_t の過程は，微分方程式

$$\mathrm{d}Y_t^i = (\gamma^i Q_t - \delta Y_t^i)\mathrm{d}t, \quad Y_0^i = y \tag{2.2}$$

に従っているとする．ただし，$\delta \in (0, 1)$ は，汚染物質の自然浄化率を表す．環境政策を実施していないときの汚染物質の排出フローを，$\gamma^0 Q_t$ とする．したがって，$i=0$ は環境政策が実施されていない状態を表す．政策 $i(i=1, 2)$ によって汚染物質の排出フローは，$\gamma^i Q_t$ に削減される $(\gamma^0 > \gamma^1 > \gamma^2)$．

汚染物質のストックの2乗に比例して損害を被ると仮定し，$X_t Y_t^2$ と表す．X_t は汚染物質のストックから受ける損害を表すシフト変数であり，汚染物質の単位から損害額への変換もなされている．同じ汚染物質のストック量によっても，被る損害は，人口の変化や天候などそれ以外の不確実な要素によっても毎時異なると考えられる．したがって，損害が時間の経過を通じて変化することを表すために，X_t の過程は，確率微分方程式

$$\mathrm{d}X_t = \mu X_t \mathrm{d}t + \sigma X_t \mathrm{d}W_t, \quad X_0 = x \tag{2.3}$$

に従っているとする．ただし，$\mu > 0$，$\sigma > 0$ は定数とし，W_t は標準ブラウン運動である．主体が経済活動から得られる正味の便益は，便益関数 $B(Q_t, X_t, Y_t^i)$

$$B^i(Q_t, X_t, Y_t^i) = pQ_t - X_t(Y_t^i)^2 \tag{2.4}$$

によって表される．政策 i を実施するために必要な費用は，汚染物質の削減量に比例した費用と，それとは独立にかかる固定費用，さらに調整費用を考慮し，

$$K^i(Q_t) = k_0 + k_1(\gamma^0 - \gamma^i)Q_t + k_2(\gamma^0 - \gamma^i)^2 Q_t^2 \tag{2.5}$$

と与えられるとする．ただし，$k_0 > 0$ は固定費用を，$k_1 > 0$ 比例費用係数を，$k_2 > 0$ は調整費用係数を表す．$\gamma^0 > \gamma^1 > \gamma^2$ より，政策1の方が，政策2よりも費用が低く，$K^1 < K^2$ となっている．政策 i に関する主体の期待総割引便益 J^i は，

$$J^i(q, x, y\,;\, \tau_S^i) = \mathbb{E}\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-rt} B^i(Q_t, X_t, Y_t^i)\mathrm{d}t - \mathrm{e}^{-r\tau_S^i} K^i(Q_t)\right] \tag{2.6}$$

と与えられる．ただし，$r > 0$ は割引率を表す．$\tau_S^i \in \mathcal{T}(i=1, 2)$ は，政策 i が実施される時刻を表し，$\mathcal{T}$ は，許容な政策実施時刻の全体を表す．ここで，意味のある問題を考察するために，次の条件を仮定する．

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-rt} |B^i(Q_t, X_t, Y_t)| \mathrm{d}t\right] < \infty. \tag{AS.1}$$

以上より，主体の問題は，政策 i に関する主体の期待総割引便益 J^i を最大とするように，政策 i を実施する時刻 τ^i を選ぶ問題：

$$V^i(q, x, y) = \sup_{\tau^i \in \mathcal{T}} J^i(q, x, y\,;\, \tau_S^i) \tag{2.7}$$

となる．ただし，V^i は単一政策における政策 i の価値関数を表す．

最適停止問題として定式化された主体の問題は，変分不等式を用いて解くことができる．本節の主体の問題に対応する変分不等式は，

$$\mathcal{L}V^i(q, x, y) + B^0(q, x, y) \leq 0, \tag{2.8}$$

$$V^i(q, x, y) \geq G^i(q, x, y), \tag{2.9}$$

$$[\mathcal{L}V^i(q, x, y) + B^0(q, x, y)] \cdot [V^i(q, x, y) - G^i(q, x, y)] = 0. \tag{2.10}$$

と与えられる．ただし，$\mathcal{L}$ は $\mathcal{L} = 1/2\sigma^2 x^2 \partial^2/\partial x^2 + \mu x \partial/\partial x + (\gamma^i q - \delta y)\partial/\partial y + \alpha q \partial/\partial q - r$ と与えられる作用素であり，G^i は，

$$G^i(Q_t, X_t, Y_t^i) = \int_t^\infty \mathrm{e}^{-r(s-t)} B^i(Q_s, X_s, Y_s^i)\mathrm{d}s - K^i(Q_t) \tag{2.11}$$

と与えられる．価値関数 $V^i(q, x, y)$ の候補関数を $\phi^i(q, x, y)$ とする[2]．

次に，候補関数 ϕ^i の解析解を求める．今，主体の最適な環境政策として，シフト変数の水準が $x_S^i(y)$ 以上になれば，主体は政策 i を実施する，という環境政策を考える．これ以降，表記の簡単化のため $x_S^i = x_S^i(y)$ とする．政策実施時刻 τ_S^i は，

$$\tau_S^i = \inf\{t > 0\,;\, x(t) \geq x_S^i\} \tag{2.12}$$

となる．変分不等式より，$x < x_S^i$ においては，

$$\mathcal{L}\phi^i(q, x, y) + B^0(q, x, y) = 0 \tag{2.13}$$

[1] Q を使用電力量，あるいは発電量とし，汚染物質として二酸化炭素を考えると，γ は，二酸化炭素排出原単位に相当する．

[2] 候補関数 ϕ^i が(2.8)-(2.10)の変分不等式の解であるとすると，Verification Theorem より，候補関数が価値関数と一致することが示されるが，本稿では文字数制限のため省略する．

が成り立つ．(2.13)式の解は，境界条件：$\phi^i(q,0,y)=pq/(r-\alpha)$ を考慮すると

$$\phi^i(q,x,y)=C^i_{S1}x^{\beta_1}+\frac{pq}{r-\alpha}-\frac{xy^2}{\rho_1}-\frac{2xy\gamma^0q}{\rho_1\rho_2}-\frac{2x(\gamma^0q)^2}{\rho_1\rho_2\rho_3} \tag{2.14}$$

となる．ただし，$C^i_{S1}(=C^i_{S1}(y))$ は未知定数であり，$\beta_1>1$ は特性方程式 $1/2\sigma^2\beta(\beta-1)+\mu\beta-r=0$ の解である．なお，次節で用いる $\beta_2<0$ は，特性方程式の負の解である．(2.14)の右辺第1項は，主体が政策 i の実施時刻を柔軟に選択できることから生じる価値である．右辺第3-5項は，環境政策が将来にわたって実施されない場合の B^i の期待割引現在価値であり，$\rho_1=r-\mu+2\delta>0$, $\rho_2=r-\mu+\delta-\alpha>0$, $\rho_3=r-\mu-2\alpha>0$ である．主体の問題を解くために，求めなければならない未知パラメータは，C^i_{S1} と x^i_S である $(i=1,2)$．これらは，value-matching 条件と smooth-pasting 条件：

$$\phi^i(q,x^i_S,y)=G^i(q,x^i_S,y), \tag{2.15}$$

$$\phi^i_x(q,x^i_S,y)=G^i_x(q,x^i_S,y) \tag{2.16}$$

によって求まる．ただし，$G^i(q,x,y)$ は，

$$G^i(q,x,y)=PV^i(q,x,y)-K^i(q) \tag{2.17}$$

と求まる．ただし，$i=0,1,2$, に対して，

$$PV^i(q,x,y)=\frac{pq}{r-\alpha}-\frac{xy^2}{\rho_1}-\frac{2xy\gamma^iq}{\rho_1\rho_2}-\frac{2x(\gamma^iq)^2}{\rho_1\rho_2\rho_3} \tag{2.18}$$

である．(2.14)-(2.18)より，x^i_S, C^i_{S1} は，

$$x^i_S=\left(\frac{\beta_1}{\beta_1-1}\right)\left(\frac{\rho_1\rho_2\rho_3}{2(\rho_3y\Gamma^i+\Upsilon^i)}\right)K^i(q), \tag{2.19}$$

$$C^i_{S1}=\left(\frac{2(\rho_3y\Gamma^i+\Upsilon^i)}{\beta_1\rho_1\rho_2\rho_3}\right)^{\beta_1}\left(\frac{\beta_1-1}{K^i(q)}\right)^{\beta_1-1} \tag{2.20}$$

と求まる．ただし，$\Gamma^i=(\gamma^0-\gamma^i)q$, $\Upsilon^i=((\gamma^0)^2-(\gamma^i)^2)q^2$ とおく．

3. 代替環境政策

本節では，主体は，政策1，2のいずれも政策選択肢として所有しており，どちらか一方の環境政策を実施する場合を考察する．考察に際しては，二つの代替的なプロジェクトへの投資を分析した文献[3]に従う．

政策1，2のどちらかが実施されるため，環境政策の実施時刻 τ_A は，

$$\tau_A=\min[\tau^1_A,\tau^2_A] \tag{3.1}$$

と与えられる．ただし，$\tau^i_A(i=1,2)$ は，政策1，2が与えられているときに，政策 i が実施される時刻を表す．主体の期待総割引便益 J は，(2.7)から

$$\begin{aligned}J(q,x,y;\tau_A)&=\mathbb{E}\Big[\int_0^{\tau^1_A\wedge\tau^2_A}e^{-rt}B^0(Q_t,X_t,Y^0_t)dt\\&\quad+\mathbf{1}_{\{\tau^1_A\le\tau^2_A\}}e^{-r\tau^1_A}G^1(Q_{\tau^1_A},X_{\tau^1_A},Y^1_{\tau^1_A})\\&\quad+\mathbf{1}_{\{\tau^1_A>\tau^2_A\}}e^{-r\tau^2_A}G^2(Q_{\tau^2_A},X_{\tau^2_A},Y^2_{\tau^2_A})\Big]\end{aligned} \tag{3.2}$$

と与えられる．したがって，主体の問題は，主体の期待総割引便益 J を最大とするように，二つの環境政策のうち一方の環境政策を実施する時刻 τ_A を選択する問題：

$$V(q,x,y)=\sup_{\tau_A\in\mathcal{T}}J(q,x,y;\tau_A) \tag{3.3}$$

となる．ただし，V は代替政策における価値関数である．

第2節と同様に，最適停止問題として定式化された主体の問題を解く．本節の，主体の問題に対する変分不等式は次のようになる．

$$\mathcal{L}V+B^0\le 0, \tag{3.4}$$

$$V\ge\max[G^1,G^2], \tag{3.5}$$

$$[\mathcal{L}V+B^0][V-\max[G^1,G^2]]=0. \tag{3.6}$$

ただし，(3.4)-(3.6)においては，関数の表記を簡単化している．

価値関数の候補関数 ϕ を求める．2節で環境政策を個別に考察をしていた場合は，シフト変数の水準が x^i_S 以上になれば，主体は政策 i を実施した．その結果，(2.19)より，政策1の実施を定めるシフト変数の閾値 x^1_S の値は，政策2のシフト変数の閾値 x^2_S の値より小さいことがわかった：$x^1_S<x^2_S$．一方，本節では，2つの環境政策が与えられており，そのいずれか一方を実施する主体の問題を考察している．このため，シフト変数の値が x^1_S より大きいとき：$x>x^1_S$ でも，政策1と2を比較してどちらを実施すべきかの意思決定を遅らせている領域が存在する．このような領域を (x^1_A, x^2_A) とする．つまり，主体は，$x<x^1_S$ においては，環境政策を実施していない．$x^1_S\le x\le x^1_A$ においては，政策1を実施している．$x^1_A<x<x^2_A$ においては，環境政策を実施していない．$x\ge x^2_A$ においては，政策2を実施している．シフト変数の領域の分割に関しては，文献[3]Theorem 2.1を参照のこと．ただし，表記の簡単化のため，$x^1_A=x^1_A(y)$, $x^2_A=x^2_A(y)$ とする．

政策1，2が実施される時刻は，それぞれ，

$$\tau^1_A=\inf\{t>0;\ x^1_S\le x(t)\le x^1_A\}, \tag{3.7}$$

$$\tau^2_A=\inf\{t>0;\ x(t)\ge x^2_A\}, \tag{3.8}$$

と与えられる．環境政策が実施されない領域 H_A は，

$$H_A=\{x;\ x<x^1_S,\ x^1_A<x<x^2_A\} \tag{3.9}$$

となる．変分不等式より，$x\in H_A$ においては，

$$\mathcal{L}\phi(q,x,y)+B^0(q,x,y)=0 \tag{3.10}$$
が成り立つ．

$x<x_S^1$ における解は，x が x_S^1 に到達すれば，政策1を実施することから，(2.14)となる．一方，$x_A^1<x<x_A^2$ における解は，x が x_A^1 に到達すれば，政策1を実施し，x_A^2 に到達すれば政策2を実施することから，
$$\phi(q,x,y)=C_{A1}(y)x^{\beta_1}+C_{A2}(y)x^{\beta_2} \quad PV^0(q,x,y) \tag{3.11}$$
となる．ただし，表記の簡単化のため，$C_{A1}=C_{A1}(y)$，$C_{A2}=C_{A2}(y)$ としている．したがって，候補関数 ϕ は x の水準によって，次のように場合分けされる．
$$\phi(q,x,y)=\begin{cases} C_{S1}^1x^{\beta_1}+PV^0(q,x,y), & x<x_S^1 \\ G^1(q,x,y), & x_S^1\le x\le x_A^1, \\ C_{A1}x^{\beta_1}+C_{A2}x^{\beta_2}+PV^0(q,x,y), & x_A^1<x<x_A^2, \\ G^2(q,x,y), & x\le x_A^2. \end{cases} \tag{3.12}$$
主体の問題を解くために，C_{A1}, C_{A2}, x_A^1, x_A^2 を求めなければならない．これらは第2節と同様に，
$$\phi(q,x_A^i,y)=G^i(q,x_A^i,y), \tag{3.13}$$
$$\phi_x(q,x_A^i,y)=G_x^i(q,x_A^i,y), \tag{3.14}$$
によって求まる $(i=1,2)$．ただし，本節の問題については，解析的な解は求まらず，次節にて数値的にこれらの値を求める．

4. 数値計算と比較静学

本節では，環境政策の実施の閾値 $x_S^1, x_S^2, x_A^1, x_A^2$ を求め，パラメータの値を変化させることで比較静学を行う．

単一政策の閾値 x_S^1, x_S^2 については，(2.19)にパラメータの値を代入するだけである．一方，代替政策の閾値 x_A^1, x_A^2 については，解析解は求まらず，(3.13)-(3.14)をNewton-Raphson法を用いて数値的に解く．数値計算に使用する基準となるパラメータ値は，以下のように与えられる．$r=0.05$，$\alpha=0.01$，$q=5$，$p=10$，$\mu=0.01$，$\sigma=0.2$，$y=0.1$，$\delta=0.01$，$\gamma^0=0.05$，$\gamma^1=0.03$，$\gamma^2=0.02$，$k_0=5$，$k_1=100$，$k_2=10000$．これらの値を使い，代替政策の価値関数を図1に示した．また，このときの未知定数と閾値の値は，それぞれ，$C_{S1}^1=4562.6539$，$C_{S1}^2=3971.0925$，$C_{A1}=3685.6033$，$C_{A2}=3.8706$，$x_S^1=0.1494$，$x_S^2=0.2423$，$x_A^1=0.2176$，$x_A^2=0.2793$ となる．

次に，パラメータ値を+20%変化させたときの閾値の変化を，表1に表した．分析の結果，割引率 r，シフト変数のボラティリティー σ，自然浄化率 δ，政策費用パラメータ k_0，k_1，k_2 に関しては，閾値 x_S^1 と政策1，2の続行領域 H_a はともに大きくなっており，政策の実施が遅れる．一方，経済活動の成長率 α，経済活動の水準 q，シフト変数の期待成長率 μ，汚染物質のストックの水準 y に関しては，x_S^1, H_a はともに小さくなっており，政策の実施が促進される．また，汚染物質の排出フローを定める γ に関しては，政策が実施されていない場合の γ^0 が大きくなると，x_S^1 は大きくなり，政策1の実施が遅れるが，H_a は小さくなり，政策1，2の実施が促進される．政策1実施後の排出フローのパラメータ γ^1 が大きくなると，x_S^1 は小さくなり，政策1の実施が促進される．x_A^1，x_A^2 はともに小さくなるが，その差 H_a は大きくなり，政策実施が遅れる．最後に，政策2実施後の排出フローのパラメータ γ^2 が大きくなると，H_a は小さくなり，政

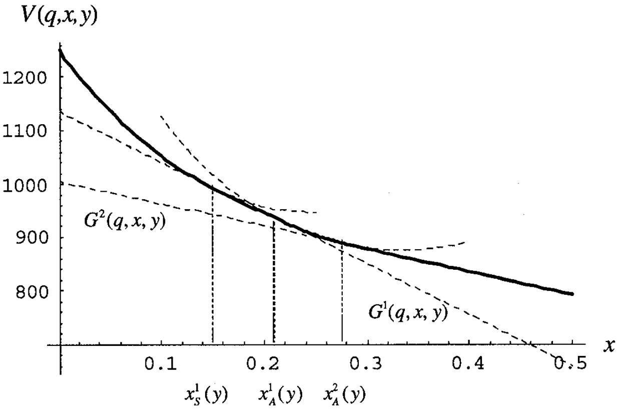

図1 代替政策価値関数

表1 政策閾値の比較静学の結果

	x_S^1	x_S^2	x_A^1	x_A^2	Ha
r	+	+	+	+	+
α	−	−	−	−	−
q	−	−	−	−	−
μ	−	−	−	−	−
σ	+	+	−	+	+
y	−	−	−	−	−
δ	+	+	+	+	+
γ^0	+	+	+	+	−
γ^1	−	uc	−	−	+
γ^2	uc	−	−	−	−
k_0	+	+	−	+	+
k_1	+	+	+	+	+
k_2	+	+	+	+	+

ただし，$Ha=x_{12}^2(y)-x_{12}^1(y)$ である．

策の実施が促進される．政策1だけの閾値 x_S^1 は γ^2 とは独立に定まるため，変化はない．

5. まとめ

本研究で用いたパラメータ値は，比較静学を数値的に行うために与えたにすぎない．したがって，本研究の拡張として，実際のデータを本研究のモデルに対して用いた分析が挙げられる．その例として，エネルギー政策においても，代替政策への移行や代替シナリオの保有が考えられており，エネルギー政策に関する研究が挙げられる．

参考文献

[1] Pindyck, R. S. (2000), Irreversibilities and the Timing of Environmental Policy, *Resource and Energy Economics*, 22, 233-259.

[2] Pindyck, R. S. (2002), Optimal Timing Problems in Environmental Economics, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 26, 1677-1697.

[3] Décamps, J.-P., Mariotti, T. and Villeneuve, S. (2006), Irreversible Investment in Alternative Projects, *Economic Theory*, 28, 425-448.

[4] 後藤允・高嶋隆太・辻村元男 (2007), 不確実性下における代替的な環境政策の選択『ジャフィージャーナル』近刊.