企業内の利害対立と最適投資タイミング

芝田　隆志，西原　　理

本論文では，経営者が株主よりも多くの情報を保有すると仮定し，その結果，情報の非対称性が両者間に利害対立を生じさせ，企業の最適投資タイミングに歪みを発生させることを示す．また，経営者の偽の申告の摘発に対する罰金付与の有効性について考察し，情報の非対称性下においては，情報開示による株価ジャンプ，不確実性の増大による所得移転，等が発生することについて論じる．

キーワード：リアルオプション，情報の非対称性，インセンティブ設計

1. はじめに

リアルオプション評価の基本モデルでは，オーナー経営者が仮定されている．それに対して，現実社会では，株主と経営者が異なる，いわゆる「所有と経営の分離」が一般的であり，株主と経営者との間には情報の非対称性がしばしば存在する．この情報の非対称性は，株主と経営者の間に利害対立を生じさせ，企業の最適投資タイミングに歪みを生じさせる可能性がある．

本論文では，所有者と経営者との間における情報の非対称性が，企業の最適投資タイミング（すなわち，投資プロジェクト価値）にどのような影響を与えるのかについて考察する．

2. モデルの設定

2.1 モデルの設定

いま，ある企業の所有者（株主）が投資機会を保有していると仮定する．このとき，所有者は自ら投資機会を実行するのではなく，経営者を雇用して投資機会の実行を委託する．所有者と経営者は，それぞれリスク中立な経済主体とし，リスク中立な割引率 $r>0$ で金銭の借入や貸出ができると仮定する．

投資プロジェクトからの収益は，次のような確率微分方程式

$$\mathrm{d}X_t=\mu X_t\mathrm{d}t+\sigma X_t\mathrm{d}z_t,\quad X_0=x, \tag{1}$$

に従うと仮定する．ただし，$\mu>0$ と $\sigma>0$ は定数，$(z_t)_{t\geq 0}$ は標準ブラウン運動である．また，$r>\mu$ とし，$X_0=x$ は十分に小さい水準と仮定する．

企業は投資プロジェクトを実行する際，費用 I が必要となる．この費用 I は確率変数であり，確率 q で $I=I_1$，確率 $1-q$ で $I=I_2$ となると仮定する．さらに，$I_1<I_2$ を仮定する．具体的には，費用 I_1 は優費用構造，費用 I_2 は劣費用構造を意味している．また，$\Delta I:=I_2-I_1>0$ と定義する．

本モデルで最も重要な仮定は，情報についての仮定である．本モデルでの状態変数は，収益 $(X_t)_{t\geq 0}$ と費用 I の2つであり，投資費用に情報の非対称性を仮定する．具体的には，所有者が経営者に投資実行を委託契約を締結する時刻ゼロでは，所有者も経営者も費用の実現値については，事前確率の情報しか保有していない．しかしながら，所有者が経営者に投資実行の委託を契約する時刻ゼロの後すぐに，経営者は費用の実現値を $I=I_1$ か $I=I_2$ のいずれなのか観測できるが，所有者は費用の実現値を観測できないと仮定する．

このような情報の非対称性が存在する場合，経営者はその情報優位性を利用して，所有者に損害を与えてしまうかもしれない．具体的には，時刻ゼロの後すぐに費用の実現値が I_1 であったと仮定しよう．このとき，所有者は費用水準が I_1 か I_2 か観測できないため，経営者は費用の実現値を I_2 と申告すれば，所有者は投資費用として I_2 を経営者に支払い，経営者は I_1 を投資費用に，差額 ΔI を自分自身の利得とする．その結果，所有者は情報劣位性より ΔI の損害を被ってしまう．このような最悪の状況を回避するために，所有者は，経営者に真の申告をさせる（インセンティブを与える）契約を締結しなければならない．本モデルでは，非対称情報下で所有者は経営者に真の申告を行わせる契約設計の下，最適投資タイミングはどのように

しばた　たかし
首都大学東京 大学院社会科学研究科
〒192-0397 八王子市南大沢 1-1
にしはら　みち
大阪大学 金融・保険教育研究センター
〒560-8531 豊中市待兼山町 1-3

変化するのかについて考察する．

2.2 企業のプロジェクト価値

まず，費用水準に応じた企業のプロジェクト価値関数を導出しよう．企業のプロジェクト価値は，費用水準 $I=I_i$ に対して，

$$V(x\,;\,I_i)=\mathbb{E}^x[\mathrm{e}^{-r\tau_i}(X_{\tau_i}-I_i)],\quad i\in\{1,2\}$$

となる．ただし，最適時刻 τ_i は費用水準 I_i に対する臨界値 $x_i=x(I_i)$ への状態変数の初到達時刻を表す．数学的には，$\tau_i:=\inf\{t\geq 0\,;\,X_t=x_i\}$ となる．また，$\mathbb{E}^x[\cdot]$ は $X_0=x$ の下での条件つき期待値を表す．企業の投資プロジェクト価値は，

$$V(x\,;\,I_i)=\left(\frac{x}{x_i}\right)^{\beta}(x_i-I_i),\quad x<x_i,\tag{2}$$

ただし，$\beta=\frac{1}{\sigma^2}\left(-\left(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2\right)+\sqrt{\left(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2\right)^2+2r\sigma^2}\right)$

となる[1]．

2.3 完全情報

次に，所有者と経営者間の情報が完全（対称）となる場合における最適投資戦略について考察しよう[2]．すなわち，所有者は経営者と同様に，時刻ゼロの後すぐに費用の実現値を $I=I_1$ か $I=I_2$ のいずれなのか観測できると仮定する．この完全情報の仮定の下では，企業の所有者は経営者に投資を委託せず，所有者自身が投資を実行する経済状況と同一となる点に注意されたい．

完全情報の場合，所有者は次の最適化問題を解くことになる．

$$\max_{x_1,x_2} q\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}(x_1-I_1)+(1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}(x_2-I_2),\tag{3}$$

ここで，x は十分に小さいと仮定しているため，$x<x_i(i\in\{1,2\})$ となっている．このとき，投資臨界値は，

$$(x_1^*,x_2^*)=\left(\frac{\beta}{\beta-1}I_1,\frac{\beta}{\beta-1}I_2\right)\tag{4}$$

となる．添え字“$*$”は，完全情報における最適値を表す．また，企業のプロジェクト価値 $\pi^*(x)$ は，

$$\pi^*(x)=q\left(\frac{x}{x_1^*}\right)^{\beta}(x_1^*-I_1)+(1-q)\left(\frac{x}{x_2^*}\right)^{\beta}(x_2^*-I_2)\tag{5}$$

となる．

[1] 企業のプロジェクト価値の導出については，例えば木島・中岡・芝田（2008）[6]を参照されたい．

[2] 完全情報モデルとは，McDonald and Siegel（1986）[4]によって構築されたリアルオプションの基本モデルである．この完全情報モデルは，非対称情報モデルと比較する際のベンチマークとなる．

3. 非対称情報

本節では，所有者と経営者間の情報が非対称となる下で，企業の最適投資戦略について考察する．所有者が費用の実現値を観測できない場合，所有者は経営者に真の情報を開示させるように契約を設計しなければならない．そうすれば，所有者は情報劣位性から損失を最低限にすることが可能となるからである．所有者は経営者に真の情報を開示させる手法として，「アメ」と「ムチ」を用いる．以下では，「アメ」だけによる正のインセンティブ契約設計（Grenadier and Wang）モデル，「アメ」「ムチ」両方による正と負のインセンティブ契約設計（Shibata and Nishihara）モデルについて概観する．

3.1 正のインセンティブ契約設計

所有者は経営者と投資委託の契約を時刻ゼロで締結すると仮定する．正のインセンティブ契約設計では，契約内容は費用水準 I に応じた投資臨界値 $x(I)$ と経営者へのボーナス $w(I)$ から構成される．この経営者へのボーナスは「正のインセンティブ」に対応する．なお，時刻ゼロ以降では，所有者と経営者の再交渉は行われないと仮定する．この再交渉できない条件は，事後的に企業の投資臨界値を非効率にするかもしれないが，事前的には所有者の価値を高めることになる．こうして，正のインセンティブ設計における契約メカニズムは，

$$\mathscr{M}^{\mathrm{GW}}=\{x(\tilde{I}),w(\tilde{I})\,;\,\tilde{I}\in\{I_1,I_2\}\}$$

となる．ただし，添え字“GW”は正のインセンティブ契約設計（Grenadier and Wang）モデルの最適値を表す．また，$\tilde{I}$ は経営者が報告する（嘘をついてもよい）費用水準を表す．経済学における顕示原理（revelation principle）は，経営者に真の情報を開示させることを保証するので，報告する水準 $\tilde{I}$ と真の水準 I を区別する必要がない[3]．それゆえ，経営者が申告する投資水準 $\tilde{I}$ の添え字“tilde”を削除する．

いま，所有者と経営者の価値関数を $\pi_o(x)$ と $\pi_m(x)$ とそれぞれ定義しよう．所有者の利得は，確率 q で $x_1-I_1-w_1$ となり，確率 $1-q$ で $x_2-I_2-w_2$ となる．したがって，所有者の価値関数 $\pi_o(x)$ は，

$$\pi_o(x)=q\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}(x_1-I_1-w_1)$$

[3] 顕示原理については，Mas-Colell et al.（1995）[3]を参照されたい．

$$+(1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}(x_2-I_2-w_2),$$

となる．他方，経営者の利得は，確率 q で w_1，確率 $1-q$ で w_2 となる．したがって，経営者の価値関数 $\pi_m(x)$ は

$$\pi_m(x)=q\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}w_1+(1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}w_2,$$

となる．

所有者の最大化問題は，契約メカニズム $\mathcal{M}^{GW}$ を通じて，所有者自身の価値を最大化することになる．具体的には，所有者の最大化問題は

$$\max_{x_1,x_2,w_1,w_2} q\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}(x_1-I_1-w_1)$$
$$+(1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}(x_2-I_2-w_2),$$

制約条件：

$$\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}w_1\geq\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}(w_2+\Delta I), \tag{6}$$

$$\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}w_2\geq\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}(w_1-\Delta I), \tag{7}$$

$$q\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}w_1+(1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}w_2\geq 0. \tag{8}$$

$$w_i\geq 0,\quad (i\in\{1,2\}). \tag{9}$$

となる．(6)(7)式は誘因両立制約（incentive-compatibility constraints），(8)(9)式は事前的および事後的な参加制約式（participation constraints）を意味する．

誘因両立制約とは，所有者が経営者に真の情報を開示させることを保証する条件である．具体的に，(6)式を考えてみよう．いま，投資の実現値が $I=I_1$ と仮定する．このとき，(6)式の左辺は経営者が真の申告（$I=I_1$）をする場合の利得，(6)式の右辺は経営者が偽の申告（$I=I_2$）をする場合の利得を表している．こうして，誘因両立制約を課せば，所有者は経営者に真の情報を引き出すことが可能となる．

参加制約とは，所有者が経営者に契約を締結させるために必要な条件である．具体的に，(8)式は事前の参加条件，(9)式は事後の参加条件を表す[4]．

正のインセンティブ契約設計モデルでは，所有者の最大化問題は，制約条件5つの下での最大化問題となる．しかしながら，経営者は $I=I_2$ の場合には $I=I_1$ を申告するインセンティブはない．それゆえ，所有者は経営者が $I=I_2$ の場合にはボーナスを与える必要はない．その結果，均衡において必要な制約条件は

$$\left(\frac{x}{x_1^{GW}}\right)^{\beta}w_1^{GW}=\left(\frac{x}{x_2^{GW}}\right)^{\beta}\Delta I,\quad w_2^{GW}=0 \tag{10}$$

のみとなる．その結果，所有者の最大化問題は，書き換えられ，

$$\max_{x_1,x_2} q\left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta}(x_1-I_1)$$
$$+(1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^{\beta}\left(x_2-I_2-\frac{q}{1-q}\Delta I\right), \tag{11}$$

となる．(11)式は，(3)式と比べ，非効率項 $\frac{q}{1-q}\Delta I$ の分，所有者の価値が減少している点に注意されたい．このとき，最適契約 $\mathcal{M}^{GW}$ は，

$$(x_1^{GW}, w_1^{GW})=\left(x_1^*,\ \left(\frac{x_1^*}{x_2^{GW}}\right)^{\beta}\Delta I\right)$$
$$(x_2^{GW}, w_2^{GW})=\left(\frac{\beta}{\beta-1}\left(I_2+\frac{q}{1-q}\Delta I\right),\ 0\right).$$

となる．

最適解 $\mathcal{M}^{GW}$ は，次の2つの特徴を持っている．最適解の一つめの特徴は，$x_1^{GW}=x_1^*$ かつ $x_2^{GW}>x_2^*$ である．これは，非対称情報の下では，臨界値の関係を $x_2^*-x_1^*$ から $x_2^{GW}-x_1^*$ に増大させることにより，所有者は経営者に真の情報を開示させることを意味している．また，所有者は経営者に真の情報を開示させるには，x_1 よりも x_2 に歪みを生じさせる方が，所有者にとって最適となることを意味している．

最適解の2つめの特徴は，$\Delta I>w_1^{GW}>0$ かつ $w_2^{GW}=0$ である．一方，経営者は $I=I_1$ を観測するとき情報レントは ΔI となる．それゆえ，所有者は経営者に情報レントよりも小さいボーナスを与えることにより，所有者に情報を開示させることとなる．他方，経営者は $I=I_2$ を観測するとき情報レントはゼロとなる．それゆえ，費用の実現値が $I=I_2$ のとき，所有者は経営者にボーナスを与える必要がない．

経済主体の価値関数を導出するため，最適解を価値関数を代入する．このとき，価値 $\pi_o^{GW}(x)$ および $\pi_m^{GW}(x)$ は，

$$\pi_o^{GW}(x)=q\left(\frac{x}{x_1^*}\right)^{\beta}(x_1^*-I_1)$$
$$+(1-q)\left(\frac{x}{x_2^{GW}}\right)^{\beta}\left(x_2^{GW}-I_2-\frac{q}{1-q}\Delta I\right),$$
$$\pi_m^{GW}(x)=q\left(\frac{x}{x_2^{GW}}\right)^{\beta}\Delta I,$$

となる．また，所有者と経営者の価値関数の合計 $\pi^{GW}(x)$ は，

$$\pi^{GW}(x)=q\left(\frac{x}{x_1^*}\right)^{\beta}(x_1^*-I_1)$$
$$+(1-q)\left(\frac{x}{x_2^{GW}}\right)^{\beta}(x_2^{GW}-I_2), \tag{12}$$

[4] なお，(9)式が(8)式を含意するので，(8)式は均衡を導出の際には必要がなくなる．

となる．(12)式は，x_2^{GW} は x_2^* と置き換えれば，(5)式と全く同一となる．ここで最も重要な結論とは，$\pi^{GW}(x) < \pi^*(x)$ となる点にある．すなわち，情報の非対称性による利害対立は，企業のプロジェクト価値に損失をもたらすこととなる．

3.2 正と負のインセンティブ契約設計

本節では，「アメ」「ムチ」両方を用いた正と負のインセンティブ契約設計の下で，最適投資タイミングについて考察する．正と負のインセンティブ契約設計 (Shibata and Nishihara) モデルでも，前のモデルと同様に，所有者は経営者と契約を時刻ゼロで締結すると仮定する．

本項では，所有者は監査 (audit) 技術を保有すると仮定する．監査技術とは，所有者は監査の費用を負担することにより，経営者の申告を監査し，申告が真か偽なのか判別できる技術を意味する．本モデルでは，所有者はある確率 $p_i = p(I_i)$ で費用 $c(p_i)$ を負担して経営者の報告を監査し，もし所有者が経営者の偽の報告を摘発した場合には，所有者は経営者に「負のインセンティブ」に対応する罰金 $P \geq 0$ を課すと仮定する．なお，罰金 $P \geq 0$ と費用 $c(p_i)$ は外生的に与えられ，$c(p_i)$ は，$c(0)=0$，$c' > 0$，$c'' > 0$，$\lim_{p_i \uparrow 1} c(p_i) = +\infty$ を満たすと仮定する[5]．

正と負のインセンティブ契約設計では，契約内容は費用水準 $I = I_i$ に応じて，投資臨界値 $x_i = x(I_i)$，経営者へのボーナス $w_i = w(I_i)$，監査確率 $p_i = p(I_i)$ から構成され，契約設計における契約メカニズムは，

$$\mathcal{M}^A = \{x_i, w_i, p_i\ ;\ i \in \{1, 2\}\}$$

となる．ただし，添え字 "A" は正と負のインセンティブ契約設計モデルの最適解を表す．このとき，所有者の最大化問題は，メカニズム $\mathcal{M}^A$ を通じて，所有者自身のオプション価値を最大化することになる．こうして，所有者の最大化問題は，

$$\max_{x_1, x_2, w_1, w_2, p_1, p_2} q\left(\frac{x}{x_1}\right)^\beta (x_1 - I_1 - w_1 - c(p_1)) + (1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^\beta (x_2 - I_2 - w_2 - c(p_2)), \tag{13}$$

制約条件：

$$\left(\frac{x}{x_1}\right)^\beta w_1 \geq \left(\frac{x}{x_2}\right)^\beta (w_2 + \Delta I - p_2 P), \tag{14}$$

$$\left(\frac{x}{x_1}\right)^\beta w_2 \geq \left(\frac{x}{x_2}\right)^\beta (w_1 - \Delta I - p_1 P), \tag{15}$$

$$w_i \geq 0, \quad i \in \{1, 2\}, \tag{16}$$

$$q\left(\frac{x}{x_1}\right)^\beta w_1 + (1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^\beta w_2 \geq 0, \tag{17}$$

$$1 \geq p_i \geq 0, \quad i \in \{1, 2\}. \tag{18}$$

となる．(14)(15)式は誘因両立制約，(16)(17)式は事前的および事後的な参加制約である．(18)式は確率の条件である．

正と負のインセンティブ契約設計では，所有者の最大化問題は，制約条件7つの下での最大化問題となる．しかしながら，経営者は $I = I_2$ の場合には $I = I_1$ を申告するインセンティブはない．それゆえ，経営者が費用の実現値を $I = I_2$ と観測した場合，所有者は経営者に何らインセンティブを与える必要はないので，最適値では(15)式は強い不等式，$w_2^A = 0$，$p_1^A = 0$ となる．さらに，最適値では，明らかに(14)式は等号制約，$w_1^A \geq 0$，$p_2^A \geq 0$ となる．なお，監査費用の4つめの条件から $p_2^A < 1$ が成立することに注意されたい．したがって，最適値では，

$$\left(\frac{x}{x_1^A}\right)^\beta w_1 = \left(\frac{x}{x_2^A}\right)^\beta (\Delta I - p_2^A P), \quad w_1^A \geq 0, \quad p_2^A \geq 0, \tag{19}$$

のみを考慮すればよい．その結果，所有者の最大化問題は，書き換えられ，

$$\max_{x_1, x_2, w_1, p_2} q\left(\frac{x}{x_1}\right)^\beta (x_1 - I_1 - w_1) + (1-q)\left(\frac{x}{x_2}\right)^\beta (x_2 - I_2 - c(p_2)), \tag{20}$$

制約条件

$$\left(\frac{x}{x_1}\right)^\beta w_1 = \left(\frac{x}{x_2}\right)^\beta (\Delta I - p_2 P), \quad w_1 \geq 0, \quad p_2 \geq 0, \tag{21}$$

となる．

最適契約 $\mathcal{M}^A$ は罰金パラメータ $P \geq 0$ の大きさに依存して，ボーナスのみによる最適契約 (Ab 契約)，ボーナスと監査による最適契約 (Ac 契約)，監査のみによる最適契約 (Aa 契約) に大別される[6]．

最適契約 $\mathcal{M}^A$ は次のように導出される．もし $0 \leq P < \frac{1-q}{q} c'(0)$ ならば，

$$(x_1^{Ab}, w_1^{Ab}, p_1^{Ab}) = (x_1^*, w_1^{GW}, 0),$$
$$(x_2^{Ab}, w_2^{Ab}, p_2^{Ab}) = (x_2^{GW}, 0, 0).$$

もし $\frac{1-q}{q} c'(0) \leq P < \max\left\{\Delta I, \frac{1-q}{q} c'\left(\frac{\Delta I}{P}\right)\right\}$ ならば，

$$(x_1^{Ac}, w_1^{Ac}, p_1^{Ac}) = \left(x_1^*, \left(\frac{x_1^*}{x_2^{Ac}}\right)^\beta (\Delta I - p_2^{Ac} P),\ 0\right),$$

$$(x_2^{Ac}, w_2^{Ac}, p_2^{Ac}) = \left(\frac{\beta}{\beta - 1}(I_2 + c(p_2^{Ac})\right.$$

---

[5] これらの仮定は，ミクロ経済学の見地から妥当な仮定である．

[6] これらの添え字 "b", "c", "a" は，"bonus only", "combination", "audit only" を意味している．

$$+\frac{q}{1-q}(\Delta I-p_2^{\mathrm{Ac}}P)),\ 0,\ c'^{-1}\Big(\frac{q}{1-q}P\Big)\Big).$$

もし $P\geq\max\Big\{\Delta I, \frac{1-q}{q}c'\Big(\frac{\Delta I}{P}\Big)\Big\}$ ならば,

$$(x_1^{\mathrm{Aa}}, w_1^{\mathrm{Aa}}, p_1^{\mathrm{Aa}})=(x_1^*,\ 0,\ 0),$$

$$(x_2^{\mathrm{Aa}}, w_2^{\mathrm{Aa}}, p_2^{\mathrm{Aa}})=\Big(\frac{\beta}{\beta-1}(I_2+c(p_2^{\mathrm{Aa}})),\ 0,\ \frac{\Delta I}{P}\Big).$$

となる.

正と負のインセンティブ最適契約 $\mathcal{M}^{\mathrm{A}}$ では, 罰金 P が十分に小さければボーナスのみ, 罰金 P が十分に大きければ監査機能のみ, 罰金 P がそれ以外の水準ならばボーナスと監査機能の両方を用いることとなる. なお, Ab 契約は正のインセンティブ契約設計 (Grenadier and Wang) モデルの最適解そのものである.

また, 最適契約 $\mathcal{M}^{\mathrm{A}}$ では,

$$x_1^*=x_1^{\mathrm{A}}=x_1^{\mathrm{GW}},\quad 0\leq w_1^{\mathrm{A}}\leq w_1^{\mathrm{GW}},\quad p_1^{\mathrm{A}}=0$$

$$x_2^*<x_2^{\mathrm{A}}\leq x_2^{\mathrm{GW}},\quad w_2^{\mathrm{A}}=0,\quad 0\leq p_2^{\mathrm{A}}<1,$$

となる $(\mathrm{A}\in\{\mathrm{Ab, Ac, Aa}\})$. ここで $x_1^{\mathrm{A}}=x_1^*$ が成立している点に注意されたい. さらに, I_2 に関する臨界値については,

$$x_2^*<x_2^{\mathrm{Aa}}<x_2^{\mathrm{Ac}}<x_2^{\mathrm{Ab}}=x_2^{\mathrm{GW}},$$

$$0=w_1^{\mathrm{Aa}}<w_1^{\mathrm{Ac}}<w_1^{\mathrm{Ab}}=w_1^{\mathrm{GW}}.$$

となる. これは, 罰金 P が大きくなるにつれて, 臨界値は x_2^{GW} から x_2^* に単調減少し, ボーナスは w_1^{GW} から 0 に単調減少することを意味している. すなわち, 臨界値 x_2^{A} の減少はボーナス w_1^{A} の減少と同値となる.

所有者と経営者の価値関数は,

$$\pi_0^{\mathrm{A}}(x)=q\Big(\frac{x}{x_1^*}\Big)^{\beta}(x_1^*-I_1)+(1-q)\Big(\frac{x}{x_2^{\mathrm{A}}}\Big)^{\beta}\times\Big(x_2^{\mathrm{A}}-I_2-c(p_2^{\mathrm{A}})-\frac{q}{1-q}(\Delta I-p_2^{\mathrm{A}}P)\Big),\tag{22}$$

$$\pi_{\mathrm{m}}^{\mathrm{A}}(x)=q\Big(\frac{x}{x_2^{\mathrm{A}}}\Big)^{\beta}(\Delta I-p_2^{\mathrm{A}}P),\tag{23}$$

となる $(\mathrm{A}\in\{\mathrm{Ab, Ac, Ab}\})$. さらに, 所有者と経営者の価値関数の合計は,

$$\pi^{\mathrm{A}}(x)=q\Big(\frac{x}{x_1^*}\Big)^{\beta}(x_1^*-I_1)+(1-q)\Big(\frac{x}{x_2^{\mathrm{A}}}\Big)^{\beta}(x_2^{\mathrm{A}}-I_2-c(p_2^{\mathrm{A}})),\tag{24}$$

となる $(\mathrm{A}\in\{\mathrm{Ab, Ac, Ab}\})$. 明らかに, $\pi^*(x)>\pi^{\mathrm{A}}(x)$ が成立する. それゆえ, 社会的損失関数 $L^{\mathrm{A}}(x)$ が,

$$L^{\mathrm{A}}(x):=\pi^*(x)-\pi^{\mathrm{A}}(x)=(1-q)\Big\{\Big(\frac{x}{x_2^*}\Big)^{\beta}(x_2^*-I_2)-\Big(\frac{x}{x_2^{\mathrm{A}}}\Big)^{\beta}(x_2^{\mathrm{A}}-I_2-c(p_2^{\mathrm{A}}))\Big\},\tag{25}$$

と定義できる $(\mathrm{A}\in\{\mathrm{Ab, Ac, Ab}\})$. 価値関数の非効率性は, 状態 I_2 から生じている点に注意されたい.

最後に, 完全情報モデルと非対称情報モデルとの関係を勘案するため, 罰金が十分に大きくなる場合の最適解と価値関数について考察する. もし罰金は十分に大きくなるならば $(P\uparrow+\infty)$,

$$x_2^{\mathrm{Aa}}\downarrow x_2^*,\quad p_2^{\mathrm{Aa}}\downarrow 0,\quad \pi^{\mathrm{Aa}}(x)\downarrow\pi^*(x),\quad L^{\mathrm{Aa}}(x)\downarrow 0$$

となる. これらの結果は, Baron and Besanko (1984, Proposition 4) [1] で得られた結果と全く同一である. すなわち, 正と負のインセンティブ契約設計の下では, もし $P\uparrow+\infty$ ならば Aa 契約は完全情報における最適解に収束する.

要約すれば, 正と負のインセンティブ契約設計モデルにおける最適解は, 完全情報と正のインセンティブ契約設計モデルにおける最適解を含んでいることを意味している.

4. 非対称情報下のインセンティブ契約設計

本節では, 非対称情報における正と負のインセンティブ契約設計について, 数値例を用いて議論する. このため, 監査の費用関数 $c(p_i)$ を,

$$c(p_i)=\alpha\frac{p_i}{1-p_i},\quad i\in\{1, 2\}\tag{26}$$

と定義する. ここで, パラメータ $\alpha>0$ は監査費用の効率性を表すパラメータである. また, $c(p_i)$ は, $c(0)=0$, $c'\geq 0$, $c''>0$, $\lim_{p_i\uparrow 1}c(p_i)=+\infty$ を満たす点に注意されたい. さらに, 数値例では, パラメータとして $q=0.5$, $\sigma=0.2$, $r=0.07$, $\mu=0.03$, $I_1=50$, $I_2=80$, $\alpha=1$, 5, 20 とする. 以下では, 非対称情報モデルにおける罰金の効果, 情報開示による株価反応, ボラティリティ変化による効果・資産効果について考察する.

4.1 非対称情報モデルにおける罰金の効果

図1は, 罰金 P に関する投資臨界値を描写している. 完全情報下の臨界値 x_2^* は P に依存しないが, 非対称情報下の臨界値 x_2^{A} は P に関して単調減少関数となる. このとき, 非対称情報の最適契約は, $0\leq P\leq 20$ では Ab 契約 (ボーナスのみ) で $x_2^{\mathrm{A}}=x_2^{\mathrm{GW}}$ となり, $20\leq P\leq 66.45$ では Ac 契約 (ボーナスおよび監査の両方), $P\geq 66.45$ では Aa 契約 (監査のみ) となる. すなわち, もし罰金 P が大きくなるにつれて, 最適契約は, Ab 契約, Ac 契約, Aa 契約と変化する.

図2は, 罰金 P に関するボーナス水準 w_1^{A} を描写

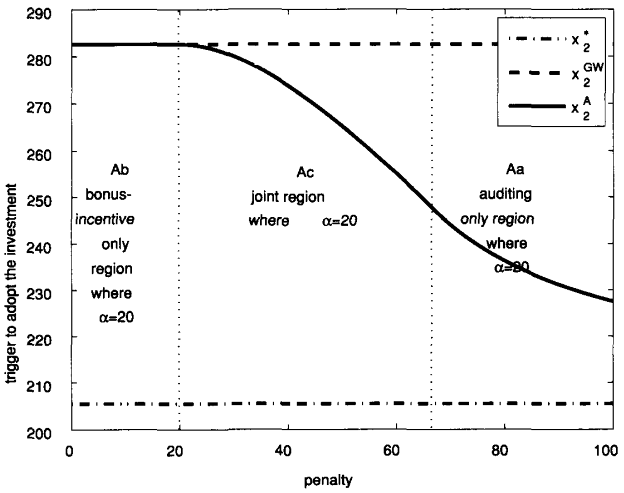

図1　投資臨界値

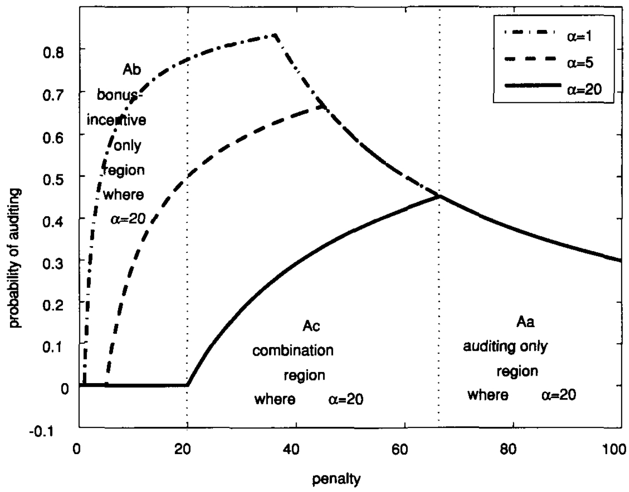

図3　監査確率

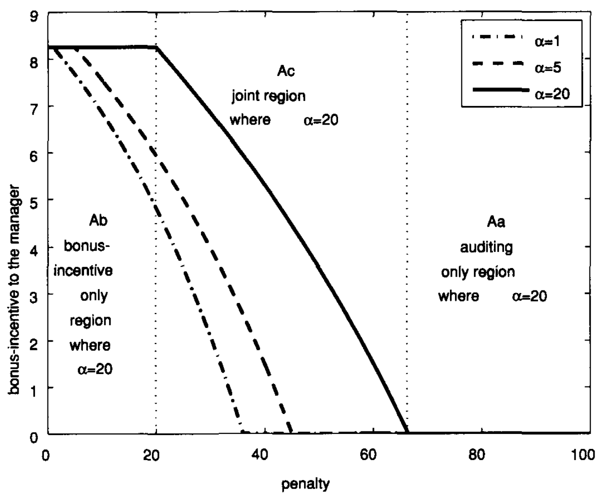

図2　ボーナス水準

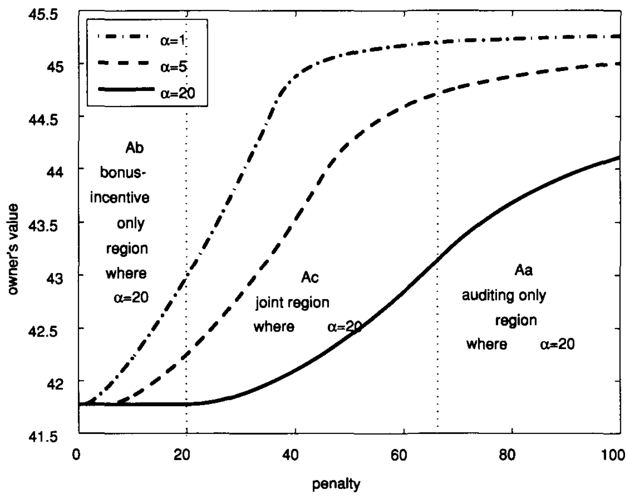

図4　所有者の価値

している．w_1^A は P に関して単調減少関数となり，Aa 契約ではゼロとなる．ところで，監査費用の非効率性パラメータ α に関する比較静学を考えよう．もし $\alpha=1$ ならば，最適契約は，$0\leq P\leq 1$ では Ab 契約，$1\leq P\leq 36$ では Ac 契約，$P\geq 36$ では Aa 契約となる．また，もし $\alpha=5$ の下では，最適契約は，$0\leq P\leq 5$ では Ab 契約，$1\leq P\leq 45$ では Ac 契約，$P\geq 45$ では Aa 契約となる．以上より，w_1^A は α に関して減少する．

図3は，罰金 P に関する監査の確率水準 p_2^A を描写している．p_2^A は P に関して単峰型となり，p_2^A は Ab 契約のときはゼロ，Ac 契約のときは P に関して単調増加かつ凹関数，Aa 契約のときは P に関して単調減少かつ凸関数となる．また，p_2^A は α に関して増加する．

図4は，罰金 P に関する所有者の価値 $\pi_o^A(x)$ を描写している．$\pi_o^A(x)$ は P に関して単調増加関数となり，Ab 契約のとき P に関して一定，Ac 契約のとき P に関して単調増加かつ凸関数，Aa 契約のとき P に関して単調増加かつ凹関数となる．また，$\pi_o^A(x)$ は α に関して増加する．

図5は，罰金 P に関する経営者の価値 $\pi_m^A(x)$ を描写している．$\pi_m^A(x)$ は P に関して単調減少関数となり，Ab 契約のとき P に関して一定，Ac 契約のとき P に関して単調減少，Aa 契約のときゼロとなる．また，$\pi_m^A(x)$ は α に関して減少する．

図6は，罰金 P に関する社会的厚生損失 $L^A(x)$ を描写している．$L^A(x)$は Ab 契約では P に関して一定，Ac 契約では P に関して増加や減少のどちらの関数にもなり，Aa 契約では P に関して単調減少かつ凸関数となる．また，$L^A(x)$ は α に関して必ずしも減少するとはかぎらない．

最後に，図6において，もし罰金 P が十分に大きくなるならば，非対称情報下での最適契約および価値は，完全情報下でのそれらに収束する点を確認された

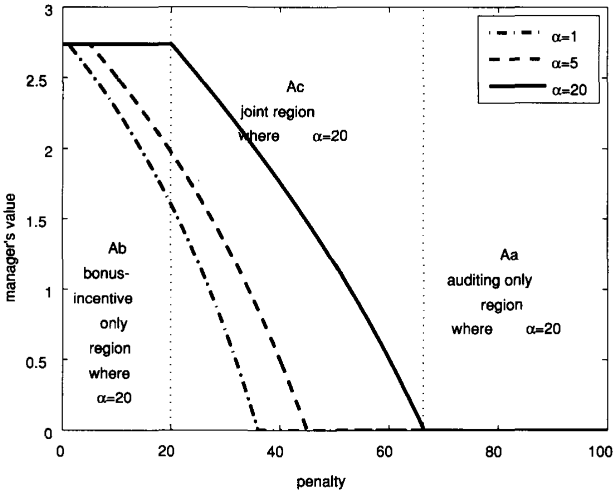

図5　経営者の価値

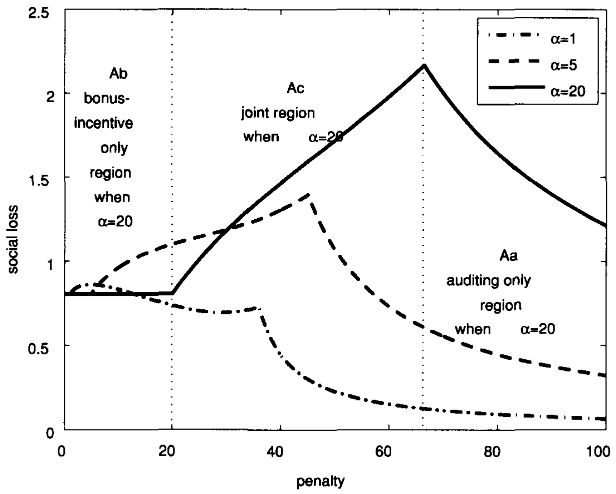

図6　社会的厚生関数

い[7].

4.2　情報開示による株価への反応

本節では，経営者の投資行動による情報開示における株価反応について考察する．経営者の投資実行行動は，経営者の私的情報である投資費用水準を市場に開示することとなる．

企業は株主のものであり，株価は所有者の価値と等しくなる．状態変数 x が $x_1^*=x_1^A$ に到達する以前には，所有者あるいは市場は，経営者の私的情報である投資費用 I が，I_1 か I_2 のいずれなのかは認識できず，費用を確率 q で $I=I_1$ かつ確率 $1-q$ で $I=I_2$ で株価を評価している．それゆえ，時刻 t において状態 $X_t=x$ における株価 π_0^A は，

$$\pi_0^A(x)=q\left(\frac{x}{x_1^*}\right)^\beta(x_1^*-I_1)+(1-q)\left(\frac{x}{x_2^A}\right)^\beta\left(x_2^A-I_2-c(p_2^A)-\frac{q}{1-q}(\Delta I-p_2^A P)\right), \tag{27}$$

となる $(A\in\{Ab, Ac, Aa\})$．

ひとたび状態変数 x が臨界値 x_1^* に到達するならば，経営者の行動が，経営者が保有する私的情報を開示することとなる．すなわち，もし経営者が x_1^* で投資を実行するならば，市場は投資費用を $I=I_1$ と認識し，もし経営者が x_1^* で投資を実行しないならば，市場は投資費用を $I=I_2$ と認識することとなる．こうして，臨界値 x_1^* における経営者の行動が，市場に経営者が保有する私的情報を開示することになる．

時刻 τ_1^* において，投資費用 $I=I_1$ を保有する経営者は，臨界値 x_1^* で投資を実行する．このとき，市場では費用を $I=I_1$ と認識し，企業の株価は

$$\pi_0^A(x)=x_1^*-I_1-w_1^A \tag{28}$$

に上方へジャンプする $(A\in\{Ab, Ac, Aa\})$．それに対して，時刻 τ_1^* において，投資費用 $I=I_2$ を保有する経営者は，臨界値 x_1^* で投資を実行しない．このとき，市場では費用を $I=I_2$ と認識し，企業の株価は

$$\pi_0^A(x)=\left(\frac{x_1^*}{x_2^A}\right)^\beta\{x_2^A-I_2-c(p_2^A)\} \tag{29}$$

に下方へジャンプする $(A\in\{Ab, Ac, Aa\})$．

数値例として，$\alpha=5$, $P=40$ と仮定しよう．図7は，状態 x に関する株価について描写している．

このとき，臨界値 $x_1^*=128.43$ の直前の株価 $\pi_0^A(x)$ は 66.31 であり，この後すぐに状態変数 x が臨界値 x_1^* に到達すると仮定する．もし経営者が $I=I_1$ ならば，株価 π_0^A は 76.93 に上方ジャンプ，もし経営者が $I=I_2$ ならば，株価 π_0^A は 54.19 に下方ジャンプする．

最後に，情報開示による株価反応は，罰金 P に関して増加する．この理由は，罰金が大きくなれば $I=I_1$ の経営者のもつ情報レント $\Delta I-p_2^A P$ が減少するからである．

4.3　ボラティリティ効果による資産代替

まず，ボラティリティ σ の変化に関する所有者と経営者価値への影響について考察する．所有者の価値 π_0^A は σ に関して増加関数となる．この結果は，オプション理論で得られる頑強な結果である．

それに対して，経営者の価値 $\pi_m^A(x)$ は σ に関して増加にも減少関数にもなりえる．すなわち，もし次の不等式

[7] すなわち，社会的損失はゼロに収束する．

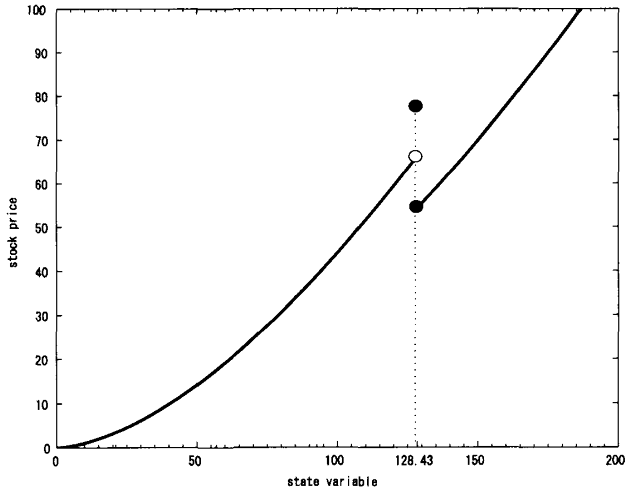

図7　情報開示による株価への反応

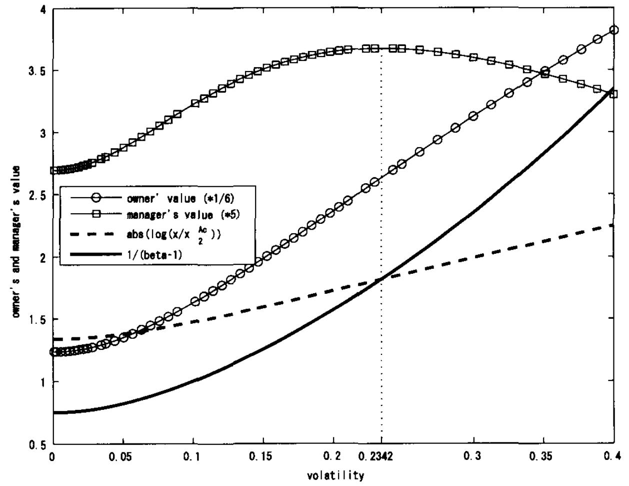

図8　資産代替

$$\left|\log\left(\frac{x}{x_2^{\mathrm{A}}}\right)\right| < \left|\frac{1}{\beta-1}\right|, \quad \mathrm{A}\in\{\mathrm{Aa, Ac, Ab}\}, \tag{30}$$

が成立するならば，このとき，σの増大が経営者の価値$\pi_{\mathrm{m}}^{\mathrm{A}}$を減少させる．それゆえ，もし不等式(30)が成立するならば，σの増大は，$\pi_{\mathrm{o}}^{\mathrm{A}}(x)$を増大かつ$\pi_{\mathrm{m}}^{\mathrm{A}}(x)$を減少させることとなる．このとき，この現象は$\sigma$の増大が富を経営者から所有者へ移転，資産代替させることを意味している．

図8では，ボラティリティσに関する所有者および経営者の価値を描写している．

図8において，実線は(30)式の右辺，破線は(30)式の左辺を描写しており，両線は$\sigma=0.2342$で交差する．明らかに，実線が破線を上回る（$\sigma>0.2342$）ならば，経営者の価値$\pi_{\mathrm{m}}^{\mathrm{A}}(x)$は$\sigma$に関して減少することとなる．

5．おわりに

近年，リアルオプション評価モデルでは，ゲーム理論が用いられ，企業間の戦略的相互依存，企業内の戦略的相互依存について考察されている．本論文では，後者に関する最近の研究について概観した．

謝辞　本研究においては，科学研究費補助金（若手研究(B)）＃19710126，＃20710116の助成を受けている．

参考文献

[1] Baron, D. and Besanko, D. (1984) "Regulation, Asymmetric Information, and Auditing," *RAND Journal of Economics*, Vol. 15, pp. 447–470.

[2] Grenadier, S. R. and Wang, N. (2005) "Investment Timing, Agency, and Information," *Journal of Financial Economics*, Vol. 75, pp. 493–533.

[3] Mas-Colell, A., Whinston, M. and Green, J. R. (1995) *Microeconomic Theory*, Oxford Student Press, Oxford.

[4] McDonald, R. and Siegel, D. R. (1986) "The Value of Waiting to Invest," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, pp. 707–727.

[5] Shibata, T. and Nishihara, M. (2007), Agency problem with auditing in a real options model, Working paper, No. 32, Tokyo Metropolitan University, Tokyo.

[6] 木島正明, 中岡英隆, 芝田隆志 (2008), リアルオプションと投資戦略, 朝倉書店.