

なぜリアルオプションとゲーム理論か

渡辺 隆裕

リアルオプションは不確実性を外生的な確率過程で表現するが、投資の意思決定はライバル企業など他の意思決定者の行動にも影響を受ける。このような複数の意思決定者を考慮し投資価値を測るにはゲーム理論を用いて分析した方がよい。このような観点からリアルオプションとゲーム理論を合わせた分析が、近年増加している。本稿はこのようなりアルオプションにゲーム理論を取り入れることに関し、定量的な分析への実現可能性と課題を考察し、その例として代表的な研究である投資のタイミングゲームに関して紹介する。

キーワード：リアルオプション・ゲーム理論・定量分析・ナッシュ均衡

1. はじめに

リアルオプションは、オプション理論を中心とした金融工学の手法や理論を使い、収益に不確実性が伴う実物資産への投資に関する最適な意思決定や価値評価を考える方法（またはその分野）である。評価対象における不確実性の源泉は、例えば、研究開発に対する投資であれば各段階での研究の成功・不成功であったり、不動産開発やエネルギー資源の採掘などであれば、プロジェクト開始後の収益の不確実性であったりする。リアルオプションの理論では、この不確実性は外生的な確率過程で与えられる。研究開発の成功・不成功であればポアソン過程で与えられたりするし、不動産開発やエネルギー資源の採掘などであれば、地価やエネルギー資源の価格変動が幾何ブラウン運動で与えられたりする。

しかしながらこのようなプロジェクトや投資に対する意思決定は、ライバル企業や企業内部の他の意思決定者（例えば他の部署や株主）などの行動にも影響を受ける。このような複数の意思決定者の相互作用を考慮するためには、自分以外の意思決定者の行動を外生的な確率過程で与えずゲーム理論を用いて分析した方がよい。

以上の観点からリアルオプションとゲーム理論を合わせた分析が、近年多くなってきている。本稿はこのようなりアルオプションにゲーム理論を取り入れることに関し、定量的な分析への実現可能性と課題を考察

し、その例として代表的な研究である投資のタイミングゲームに関して紹介する。

2. リアルオプションでゲーム理論をどう使うか—定性的評価か、定量的評価か

2.1 ゲーム理論—定性的分析か定量的分析か

ゲーム理論を定量的な結果を出すために使えるかどうかは重要な問いである。従来のゲーム理論は、モデルの均衡点を求め、外生的なパラメータの変化に対して均衡がどのように変化するかを調べる「比較静学」による定性的な分析が中心であった。投資や参入の問題であれば、「相手の投資コストが下がったときに、自分の投資のタイミングは早まる」とか「不確実性が大きいときに、自分も相手も投資のタイミングは遅くなる」とか、そのような定性的な命題の真偽をモデルで厳密に調べるとというのが定番の使い方である。つまり多くの場合にゲーム理論は、経営の意思決定や政策において示唆を与えるが、実際に数値をはじきだすものではない。

これに対し金融工学におけるデリバティブなどは、「ボラティリティが上昇すれば価格は上がる」という定性的な分析よりは、むしろ具体的な数値を価格として求めるといった定量的な手法が必要とされている。この延長上としてリアルオプションに対し人々が（少なくとも初期に）抱いていたものは、金融工学的な手法を用いて投資価値の具体的な評価額が算出できないか、という定量的な手法の要請に思える。

それではゲーム理論とリアルオプションを用いて、企業の投資評価を行う場合に、それは通常のゲーム理論が行う定性的な分析で留まってよいのか、リアルオプションのように定量的な価値を算出することが期待

わたなべ たかひろ
首都大学東京 大学院社会科学研究所
〒192-0397 八王子市南大沢 1-1

されているのか、という問いが生じる。

これはOR学会におけるゲーム理論の位置づけにも関係している。ゲーム理論をORに活用できないかと、OR学会の様々な研究会で議論すると「ゲーム理論は意思決定のコンセプトを伝えるもので、定量的な評価には向かないのではないか」「定量的な評価ができなければ、それは経営学や経済学であって、問題解決のORではないのではないか」と言われて、興味を持ってもらえないということがあるからである。

ゲーム理論が定量的な評価に結びつかない理由はいくつかあるが、その1つにゲームの利得（または効用）と不確実性を表現する確率を計量することが難しい点にある。ゲーム理論を現実に使ってみようと思う者からは必ず「利得はどのように計測するのか」という質問を受ける。公開講座の感想では無邪気に「人の感情をこのような数値で表せるゲーム理論って素晴らしいですね!」と感想が書いてあったりする。ゲーム理論のテキストのどこを見ても「利得をどのように測るのか」ということは書いていないし、ゲーム理論はそれを測るような理論ではない。ゲーム理論は既に利得が与えられている状態で、その結果を分析する理論だ。どのようにプレイヤーの利得を計測するか、についての理論ではないのである。

2.2 リアルオプションは定量分析として確立しているか

筆者はリアルオプションに出会い「これはゲーム理論の利得計測問題を埋める1つになるのではないか」と期待した。リアルオプションは、金融オプション理論を援用して、市場の完備性と無裁定条件から投資価値を決めることができ、算出に困難を伴う割引率と効用関数の特定を必要としない。したがってそれを利得とすれば、ゲーム理論で投資価値を定量的に算出することができる考えたのである。リアルオプションとゲーム理論を融合する研究は、リアルオプション研究の側から見れば、外生的な不確実性ではない他者の意思決定を考察する手段としてゲーム理論を組み入れるという発想だが、ゲーム理論側から見れば利得を計測する手段としてリアルオプションを使えるという発想だったのである。

しかし実際にリアルオプションの分野に踏み込んでみると、その期待が簡単には実現されないことが分かってきた。リアルオプションは定量的分析として確立している手法とはまだ言い切れないのである。まず原資産が完備な市場で取引されているかどうかが大きな

問題であり、したがって複製ポートフォリオの存在と無裁定を前提として、効用関数も割引率も与えず無危険資産の利子率だけで投資価値を測ることは難しい。さらにリアルオプションの概念は、金融オプション理論の価格付けの理論の応用と考えるよりはむしろ、不確実性に対する投資の意思決定の新しい分野であると捉える傾向も強くなってきた。この立場では無理に金融オプション理論を拡張する方向にこだわる必要はなく、意思決定者のリスク中立を仮定して割引率を外生的に与えたり、効用関数を与えたりして、その中で投資や市場参入を分析する。このことはリアルオプション分析の対象を広げるものではあるが、効用関数を与えなければならないのならば、結局は効用や利得を測定する問題に逆戻りしてしまう。

毎年開催されるリアルオプションの国際学会では、最終日に発表全体に対するパネルディスカッションが行われるが、そこではいつもリアルオプションを実際に投資評価に利用しているというケーススタディの研究が少ないという議論であった。研究はどうしても理論に傾きがちで、実践例が少ないというのは学者が中心となる学会での宿命であろう。リアルオプションの国際学会は、それでも実践的にリアルオプションを使うという目標を重視しているので、開催期間の前半は実務セッションと題して実践的な研究や企業からの発表を奨励している。そうしてもまだリアルオプションは実際に数値をはじき出す道具として確立しているとはいえないのだ、それがゲームには関係ない1企業の投資の問題だとしても、である。

しかしこれは完全に悲観的な話ではない。例えばAHPやDEAなどの評価手法（AHPもDEAも利得と効用を計算する1つの方法といえる）も、できたばかりのころは「現実問題への応用事例が少ないので、なかなか一般に浸透しない」ということが議論された。年月がたち、現在はAHPやDEAの応用事例はかなり集まり市民権を得てきたように思える。思い起こしてみると、OR全体がいつも応用事例やケースの少なさを嘆いていた。しかし新しい理論が、ある具体的な問題への応用理論に広がって、学問分野として確立してテキストが書かれ、現実問題の1つ1つにチューンナップされた道具として使えるには長い年月がかかるのだと思う。そして現実の問題解決は複数の理論や手法を利用して行われるため、そのときは既に「その理論の実例」という形式には見えなくなっているかもしれない。

リアルオプションは、定量的に投資評価を行うためにはまだ十分に確立された方法とはいえない。しかし楽観的に見れば、それは時間と経験が解決してくれる問題かもしれない。

2.3 定量化におけるゲーム理論固有の障害はあるのか

ではもし仮にリアルオプションが定量評価を可能にしていると仮定した場合に、それにゲーム理論を取り入れたことで定量化が困難になる部分はあるのだろうか。

この点に関してよく呈される疑問が2つある。1つは「ゲーム理論を用いるには相手企業の利得が分からなければならない。リアルオプションによる投資評価が可能だとしても、それは細かいデータも揃えられる自企業が精一杯であって、相手企業の投資価値を算出するなどできない」というもので、もう1つは「相手企業はゲーム理論のように合理的には行動しない」というものだ。

1つ目の点に関しては、誤解されている部分も多い。ゲーム理論では、いくつかの場合には相手の利得に関して正確な価値評価ができなくても、その大小だけで解を求めることができる。これを説明するために、次の単純化された投資ゲームの例を考えてみよう。

自企業と相手企業の2つの企業がそれぞれにプロジェクトを抱えており、現時点で投資するか、投資を延期するか（「オプション」を持つ）を決定しようとしている。自企業の価値についてはリアルオプションによって算出できたとしよう。自企業が現時点で投資したときの価値は、相手企業が現時点で投資するときは8で、相手が投資を延期したときは12とし、自企業が投資を延期するならば、相手企業が現時点で投資するときは10で投資を延期したときは9とする。相手企業の投資価値を算出することは難しいとしてa, b, c, dという文字で与えておく。8, 9, 10, 12という投資価値の数値がどのように算出できるかは、ゲーム理論の問題ではなくリアルオプションの問題であることを強調しておこう。

2つのケースの利得行列を図1に示す。利得行列の各セルにおいて、左上の数字は自企業の投資価値を表し、右下の数字は相手企業の投資価値を表す。

さてゲームの解であるナッシュ均衡は、相手企業の投資価値を正確に算出しなくてもaとb, cとdの利得の順序のみが分かれば求められる（ $a > b$, $c < d$ となる場合を除く。この場合は混合戦略のみがナッシュ

相手企業 自企業	現時点で 投資する	投資を 延期する
現時点で 投資する	8 a	12 b
投資を 延期する	10 c	9 d

図1 簡単な投資ゲーム

均衡となるが、それはaとb, cとdの利得が期待効用理論を満たす数値として求められなければならない。例えば $a > b$, $c > d$ であった場合は、以下のケース1の状況となる。

ケース1：自企業は、相手が現時点で投資しないならば投資した方がよいが、両企業が投資することは共倒れになってしまいよくない。相手が投資するならば自分は現時点の投資を避け不確実性を見極めながらオプションを持った方がよい。一方、相手企業は自企業が現時点で投資しても延期しても、現時点で投資するのがよい。

ケース1では、相手企業は自企業の行動に関係なく現時点で投資する方がよい（これを相手企業が現時点で投資することが支配戦略であるという）。それを予測すれば、自企業は現時点で投資をすれば投資価値は8、投資を延期すれば投資価値は10となることが分かる。したがって自企業は投資を延期した方がよい。

したがってこの場合は「自企業は投資を延期し、相手企業は現時点で投資をする」ことが唯一のナッシュ均衡であり、このときの自企業の投資を延期したときの価値（オプション価値）は10と計算できる。

2.4 均衡と最適の違い—ゲーム理論の難しさ

このように相手企業の投資価値は正確に推定できなくても、その価値の順序だけが分かれば自企業の投資価値は算出できる。そこで次に「相手企業はゲーム理論のように合理的には行動しないのではないか」という点について考察してみたい。

これは確かに難しい問題であるが、ゲームの構造によっては問題がない場合もある。例えばケース1で述べた相手企業が支配戦略（自企業が現時点で投資しても延期しても、現時点で投資をする方がよい）を持つ場合には、相手はかなりその予測通り行動してくると思われる。ナッシュ均衡をゲームの解であると一括で

考えずに、支配戦略の場合とそうでない場合などを分け、その実現可能性を考えることは、近年のゲーム理論の特徴である。

ゲーム理論の予測力が下がる場合、それは均衡が複数存在する場合である。先ほどの例で $a < b$, $c > d$ としてみよう。この場合は以下のケース2のような状況となる。

ケース2：両企業とも相手が現時点で投資しないならば投資した方がよい。しかし両企業が投資することは共倒れになってしまいよくない。相手が投資するならば、自分は現時点の投資を避け不確実性を見極めながらオプションを持った方がよい。

ケース2の場合にはナッシュ均衡が複数ある。1つは自企業が現時点で投資し相手企業が投資を延期するというもので、もう1つは自企業が投資を延期し相手企業が現時点で投資をするというものだ（さらにはもう1つ混合戦略を使う均衡が存在する）。 b と c の大小関係はゲーム理論の解には影響がないが、もし $b < c$ であればこの状況は理解しやすい。それは「両企業とも、自分は現時点で投資して相手が投資を延期するという先手を取ることができればもっともよい。しかし両方とも現時点で投資をするのであれば、延期した方がよい」というもので、チキンゲームと呼ばれる状況である。

この場合、どちらの均衡が起きるかは、ゲーム理論の大きな課題である均衡選択と呼ばれる難しい問題だ。実際に、このような状況ではナッシュ均衡が本当に実現するかどうかも難しく、ゲーム理論が持つ予測力が非常に落ちる状況だと理解されている。

多期間にわたる動的なゲームでは、この状況が多時点で起こることがある。個人の意思決定の場合には、各時点で最適な選択が複数存在したとしても、どれを選んでも最終的に求められる答は同じになる。しかしゲーム理論の複数均衡は、どれを選ぶかで答えが全く違ってくるのである。

3. ゲーム理論はどのように使われているのか

それではゲーム理論はリアルオプションにおいて、どのような分析に用いられているのであろうか。ゲーム理論というと、相手に勝つ方法を提供していると考えられる方もいるかもしれないが、それは必ずしも正しく

ない。すべてのプレイヤーに対する利得の和が一定であるゼロ和ゲームでは、誰かが勝てば誰かが負ける。しかし非ゼロ和ゲームでは、全員の利得を高くするwin-winの状況が達成できるかもしれない。したがって分析したい状況が非ゼロ和ゲームであれば、全プレイヤーの利得を高くすることが達成できる条件を探るときもある。すなわちゲーム理論は競争だけではなく、協調の問題も分析するのである。なおよく知られているミニマックス解はゼロ和ゲームの解であって、非ゼロ和ゲームの解はナッシュ均衡であることにも注意が必要である。

ゲーム理論は、このような競争と協調の相互関係の分析以外にもう1つ、プレイヤー間の情報の非対称性に関する分析もある。例えば、経営者と株主の情報の非対称性による投資タイミングの問題に焦点を当てたGrenadier and Wang[2], Nishihara and Shibata[6]などがその例である。

ここでは情報の非対称性がない状況でのもっとも代表的なモデルである投資のタイミング競争について紹介する。

3.1 投資のタイミング競争—もっとも代表的なモデル

リアルオプションの最も基本的なモデルは、ファイナンスのオプション理論を応用した最適停止問題である。その中でも不確実性の源泉が幾何ブラウン運動で与えられ、その状態を見て行動を起こすタイミングを選ぶモデルはもっともポピュラーなものといえよう。プロジェクトへの投資問題に例えれば、初期段階ではプロジェクトが与える利益が小さく、そのプロジェクトに投資するとは決定できないが、その利益が（幾何ブラウン運動によって）変化して上昇トレンドがある場合に、どのタイミングでプロジェクトに投資することが最適な意思決定となるか（オプション行使のタイミング）、またその最適な意思決定を織り込んだもとの、将来にプロジェクトへ投資できる権利「オプション」は、企業にいくらの価値をもたらすか（オプションの価格付け）が問題となる。プロジェクトへの投資を、研究開発への投資・不動産開発の開始・新製品市場への参入と考えればこれらはすべて同じモデルで解くことができる。また逆に、既にあるプロジェクトが開始されているが、その利益が下降トレンドにある場合に、どのタイミングで投資から撤退することが最適な意思決定となるかという問題もある。これらは金融オプション理論のコール・プットオプションの理論

に対応するものである。

このような投資や参入の意思決定の問題において、通常は1企業だけが問題に直面していることは少ない。新製品市場への参入や研究開発においては、競合他社が同じ市場・同分野の研究開発を目指していることも多く、相手企業の意思決定によっては自企業の意思決定が異なることもある。もちろん、その相手企業の意思決定も自企業の影響を受ける。したがって、上記の単純なリアルオプションの問題に、競合企業を考えた2社の意思決定の問題がリアルオプションとゲーム理論を合わせた研究の最も代表的なモデルといえることができるであろう。

不確実性の源泉が幾何ブラウン運動による確率過程で与えられ、その状態に応じて競合する2企業が投資のタイミングを考える問題は、リアルオプションの古典的な教科書である Dixit and Pindyck[1]の中で既に概略的に解説されている。これを不動産開発の早期参入に応用した Grenadier[2]の論文は、このモデルと実証を結びつけた代表的な論文といえよう。他にも Huisman[3], Shibata and Kijima[5]などの初期の研究を経て、現在このモデルを応用した研究が大変盛んである。

上記モデルは確率微分方程式を用いて通常のオプションの理論を使うエレガントなものであるが、金融オプション理論と比較してゲーム理論特有の数学的困難さを持っている。金融オプションの理論では、オプションを行使する時間に関して期待利益は連続的に変化する。これに対して上記ゲームは、各企業が、相手企業より前か後かのどちらに投資するかで相手企業の行動が異なるため、期待利益が時間に関して(相手企業の参入時点で)不連続関数となってしまう。このため対称な2企業を考えるとモデルには「まともな」均衡点が存在しない。そのため非常に複雑な仕掛けで均衡を構成することになる。

3.2 投資のタイミング—競争か協調か

Black, Scholes, Mertonらによって作られた確率微分方程式をベースにしたファイナンスのオプション理論を、Cox, Ross, Rubinsteinらは2項モデルをベースとしたモデルへ書き換えた。2項モデルによる近似は2つの利点がある。1つは、2時点1期間の2項モデルを考察することで、オプション理論のエッセンスを簡単に理解することができるようになることである。多くの金融工学のテキストは、最初にオプション理論を説明するときに、まず2時点1期間のモデル

で説明を行う。確率微分方程式という困難な壁を乗り越えなくても、無裁定条件と完備性を利用した価格付けの概念や、ボラティリティに関して価格は増加することなどは、2時点1期間のモデルでよく理解することができるのである。2項モデルによる近似のもう1つの利点は、期間数を増やすことで連続時間のオプション価格に対する具体的な数値計算法の1つとなるということである。

この発想を前節で述べた2企業のリアルオプションゲームに適用しようと考えたのが筆者と今井潤一氏の一連の研究 (Imai and Watanabe[4], 今井, 渡辺[7]など) である。リアルオプションゲームを連続時間から離散時間へ近似する目的は、通常のオプション理論の利点(理解のしやすさ、数値計算法への橋渡し)に加えて、先述した連続時間での均衡の複雑さ(怪しさ)を、離散時間で明らかにして考察したいという点にもあった。こうしたモデルを分析することで、複数の企業が、不確実性下で投資や市場参入のタイミングを考えるモデルの特徴が見えてくる。それを以下にまとめてみよう。

企業が1つの場合は、投資を延期することの「オプション価値」を考慮せよというのが、リアルオプションの基本的な示唆である。例えば、単純な現在価値割引法において投資に対する期待利益が正であっても、リアルオプションによる評価ではすぐに投資せよとはならない。不確実性の推移を見極め、より最適なタイミングで投資の意思決定をした方が期待利益を高くできる。

しかし、他企業が存在するゲームを考えた場合には、このようなオプション価値が減じられるのではないかと、ということが研究を始めたわれわれの当初の予想であった。別の企業が存在すれば、投資や参入を延期することで、相手に先に投資・参入されたりして収益が減少する。したがって他企業の存在は、自企業の投資のタイミングを早め、オプション価値が減じられるのではないかと、ということが予想された。しかし実際に調べてみると、2企業が存在するゲームでは、先に投資した方が有利な場合 (preemptive game) と後から投資する方が有利な場合 (war of attrition game) の2つの状況が存在し、それによってゲームの結果が異なることが分かってきた。

まず先に投資した方が有利な状況を考えてみよう。この場合は、各企業ともできるだけ先手を取ろうと前倒して投資を考える。どこまで投資が前倒しになるか

たとえば「前倒ししすぎて、それならば後手に回った方がよいような時点＝先手と後手が投資する価値が等しくなる点」である。このような状況では、企業の投資タイミングは前倒しになり、オプションの価値は減じられる。

反対に後から投資した方が有利な状況では、両企業ともできるだけ待って後から投資しようとする。ではどこまで投資が遅れるかといえば先ほどと同じく「後ろに行き過ぎて、それならば先手に回った方がよいような時点＝先手と後手が投資する価値が等しくなる点」である。このような状況では、企業の投資タイミングは後ろになり、オプションの価値は増加する。

では、先手有利か後手有利かはどのように決まるのか。それは単純には先手で投資をしたときに得られる独占時の利潤の増加と、後手で投資したときの相手独占時から複占時への移行するときの利潤の増加との比較で決まる。投資や生産に対する技術の進展や製品のそのものに関する進歩が遅い場合は、先手有利となる場合が多い。反対に消費の外部性や集積効果がある場合は後手有利である。例えば、既に発展している市街地に2つの同業者が出店競争するような場合は先手が有利だが、まだ未開発の郊外型店舗の立地は、後手が有利である。

このような投資のタイミングモデルの難しい点は、各段階において2節で見た複数均衡の問題が生じるという点である。先手有利の場合は、2節で見たチキンゲームが起き、後手有利の場合はコーディネーションゲームと呼ばれるゲームが起きる。今井、渡辺[7]はこの問題に均衡選択の理論を応用して分析している。

以上、リアルオプションとゲーム理論の問題に関し

て、現実の問題解決に向けての実現可能性と課題を挙げ、現在の研究から投資のタイミングゲームに関して紹介した。この分野は、現在、研究が盛んに行われている分野であり、今後の発展が期待される。

なお本稿は、慶応大学の今井潤一氏との共同研究と議論に負うところが大きい。もちろん本稿に誤りがあれば、それは筆者のみの責任である。

参考文献

- [1] A. Dixit and R. Pindyck, *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
- [2] S. Grenadier and N. Wang, "Investment Timing, Agency, and Information," *Journal of Financial Economics*, 75 (2005), 493-533.
- [3] K. J. M. Huisman, *Technology Investment: A Game Theoretic Real Options Approach*, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [4] J. Imai and T. Watanabe, "The Investment Game under Uncertainty: An Analysis of Equilibrium Values in the Presence of First and Second Mover Advantage," in *Stochastic Processes and Applications to Mathematical Finance*, J. Akahori, S. Ogawa and S. Watanabe eds., 151-172, Scientific Pub., 2006.
- [5] M. Kijima and T. Shibata, "Real Options in a Duopoly Market with General Volatility Structure," (2002), *Discussion Paper*, Kyoto University.
- [6] M. Nishihara and T. Shibata, "The Agency Problem between the Owner and the Manager in Real Investment: The Bonus-Audit Relationship," *Operations Research Letters*, 36 (2007), 291-296.
- [7] 今井潤一, 渡辺隆裕, "競争状況下でのリアルオプションと柔軟性の罫," *現代ファイナンス*, 22 (2007), 75-95.