

金融工学における今日的難問

木島 正明, 田中 敬一

ここ数年間における金融工学の進展は目覚ましく、理論的側面だけでなく、その手法を適用する範囲も大きく拡がってきた。例えば、経営学分野やミクロ経済学分野への進出である。このスピードで発展していくとすれば、将来の金融工学の姿を現時点で予測することは難しいので、本稿では、金融工学における今日的な難問をその分野の専門家に書いていただくことにした。今話題の証券化商品のリスク評価を始めとして、バーゼルII関連の問題や非完備市場における価格付け問題などである。

キーワード：金融リスク管理、非完備市場、リアルオプション、ポートフォリオ問題

1. はじめに

ここ数年間における金融工学の進展は、理論的側面だけでなく、その手法を適用する範囲の広がりにおいても目を見張るものがある。例えば、企業のプロジェクト管理などにおけるオプション理論、すなわちリアルオプション理論の発展や、ミクロ経済学分野の問題と考えられていたマーケット・マイクロストラクチャーやコーポレート・ファイナンスなどへの金融工学理論の進出である。

このスピードで発展していく（多分、より速いスピードで）とすれば、将来の金融工学の姿を現時点で予測することは難しく、ましてや20年後に何が重要な問題であるかを考えること自体が不可能であろう。したがって、本稿では、金融工学における今日的な難問をその分野の専門家に書いていただくことにした。テーマと執筆陣（敬称略）は以下のとおりである。いずれも第一線で活躍する若手で、「次世代のOR」という企画の執筆者として適任であろう。

- CDOのプライシング（室町幸雄、ニッセイ基礎研究所）
- 与信ポートフォリオにおける集中リスク評価・管理（内田善彦、日本銀行）
- 非完備市場における価格付け（田中敬一、首都大学東京）
- 流動性リスクの理論モデル構築と計量化（西出勝正、横浜国立大学）

- コーポレート・ファイナンス（鈴木輝好、北海道大学）
- ハウスホールド・ファイナンス（内山朋規、野村證券）
- 多期間最適化問題（桙々木規雄、慶應義塾大学）
- ゲーム論的リアルオプションモデル（芝田隆志、首都大学東京）

2. CDOのプライシング

初期のCDO（Collateralized Debt Obligations、債務担保証券）は数100程度の社債やローンを参照資産とし、それらにデフォルトが発生した場合には損失の一部を負担し、対価として定期的な利払いを受け取る形式で、参照資産の信用リスクの一部に投資する証券化商品であったが、CDOを含むクレジット関連の証券化市場の拡大は著しく、次々に新商品が開発されている。例えば、一定のルールで参照資産の銘柄やリスク資産への投資比率を変更するCPDO（Constant Proportion Debt Obligations）、マネージャーの判断で参照資産を組み替えるマネージドCDO、CDOのスプレッドを取引するオプション、別の証券化商品を参照資産とするCDOなどがある。

この分野でも金融工学は価格付けやリスク管理に関する理論やツールを提供してきた。CDOのように複数の信用リスクに投資する商品で重要な点はデフォルト事象間の依存性の評価であり、最近10年間はそのための数理モデルが活発に研究された。現在CDOの評価に使われる標準モデルは1ファクター・ガウシアン・コピュラモデルであるが、このモデルでは他の条件が同じで損失負担部分だけが異なる複数のCDOの価格を整合的に説明できないことが知られており、この

きじま まさあき、たなか けいいち
「ファイナンスと意思決定」研究部会主査・幹事
首都大学東京 大学院社会科学研究科
〒192-0397 八王子市南大沢1-1

欠点の解決が数年来のテーマであった。最近、標準モデルの考え方の拡張によりこれは解決できることが示されたが、その方法では金利やスプレッドの変動が考慮されないので CDO スプレッドのオプションや評価損益が戦略に影響する CPDO には使えない。金利やスプレッドの変動も同時に評価するには、各企業のデフォルト確率を確率過程とするモデリングが有力であるが、この方法では一部の市場価格が示唆する強いデフォルト依存性を表現しにくい。一方、CDO やそのオプションの市場価格と整合的な損失額分布の変動過程を直接モデル化する手法も提案されているが、実務での利用はまだ限定期的なようである。

このように研究は日々進歩しているが、それ以上に商品開発力は強大で、数理モデルは常に新商品の後を追いかけている。種類や投資先の異なる複数のリスクを集めて加工し、ラッピングしたものが市場で受け入れられると新商品になるが、その源泉となる取引可能なりリスクの種類は近年の証券化技術の発展により天候、自然災害、不動産、保険、企業活動など多方面に拡大し、今や世界中のリスクが取引対象となりつつある。新たなリスクと既存のリスクをブレンドする新商品の開発は今後も拡大すると思われるが、商品に内在するリスクとその依存関係を分析し統合評価する価格付け技術の発展は常に求められるであろう。

また、これら商品のポートフォリオのリスク管理手法の開発も重要な課題である。それには将来の市場環境のモデリングも必要になるが、想像を超える事件が発生して常に予想を裏切るのが現実なので、リスク管理手法の高度化も絶えず要求されると思われる。ならば、任意のリスクに対して適用可能な価格付けとリスク計測・管理のフレームワークの構築とそれを実務に落とし込むテクニックの開発を、商品開発に先んじて行うという方針も考えられる。モデリングは現実をただ精緻に表現すればよいわけではない。特にリスク計測の役割は意思決定のための情報提供なので、因果関係が直観的に理解しやすく、判断の鍵となるファクターが明確な、人にわかりやすいモデルが望ましい。

これらの課題解決のために培われた技術は金融機関のリスク管理や ALM にも適用できる可能性がある。例えば、マネージド CDO の評価手法は投資戦略を考慮したリスク管理の参考になるかもしれない。現在の CDO 評価の標準モデルは金融資産ポートフォリオの信用リスク計測モデル CreditMetrics™ の副産物であったが、今度は CDO の研究成果が金融機関のリスク

管理に影響を与える順番である。

3. 与信集中リスクと銀行勘定の金利リスク

わが国の銀行監督規制は 2007 年 3 月期より、新バーゼル合意に基づいた新規制に変更された。新規制の「3 本の柱」のうち第 2 の柱は「金融機関の自己管理と監督上の検証」と呼ばれ、自己資本比率規制の対象である市場、信用、オペレーションリスクには含まれないものの、銀行経営上重要なリスクを把握した上で必要な自己資本額を検討することを求める。ここでは、第 2 の柱が念頭に置いているリスクのうち、与信集中リスクと銀行勘定の金利リスクの計測に関する話題を中心に紹介する。

与信集中リスクとは貸出債権ポートフォリオが特定業種や特定地域に集中したり大口与信先に偏ったりした場合に、当該ポートフォリオから巨額の損失を被る可能性（リスク）を指す。与信集中リスク計測では企業の同時倒産の評価が重要になるほか、日本では非メイン銀行がメイン銀行に債権の肩代わりをさせるといったいわゆる「メイン寄せ」の影響も無視できない。同時倒産の評価では各企業のデフォルト相関を勘案する必要があるが、企業倒産に関するデータは市場取引データとは違い、その蓄積量に限界がある。こうしたデータ制約がある上、例えば大企業の倒産は関連企業の信用力（＝倒産傾向）を変化させる、企業倒産の相関は平常時とストレス時ではその構造に差がある、といった実務家間ではよく知られた事実のモデル化が難しい。企業倒産の相関のモデル化は与信集中リスクの計測に留まらず、CDO 等証券化商品のプライシングでも重要である¹。「メイン寄せ」の分析はさらに難しく、受信企業、メイン銀行、非メイン銀行 3 者の行動が最適になるようなゲームを考えた上で、受信企業の信用力が急落した際のメイン銀行の損失をモデル化する必要がある。

銀行勘定の金利リスクとは、銀行勘定（銀行の資産・負債の大半を構成する会計科目）が持つ金利リスクのことをいう。ポートフォリオが変化しない場合の金利リスク計測は比較的容易であるものの、銀行勘定の金利リスク計測では、金利変化に伴い顧客行動が変

¹ 2007 年 8 月のサブプライム問題では証券化商品のリスクの特定が難しいことが問題を大きくした原因の一つといわれている。

化することによって、預金や貸出の残高が変化することをモデル化する必要がある。預金は、定期預金と期日の定めがない預金（普通預金や当座預金）に大別できるが、預金残高は顧客行動で決まり銀行がコントロールできない。したがって、期日の定めがない預金の満期と残高は金利変化に伴い変化するものとした上で、金利が変化しても逃げない部分（コア預金）と金利が変化すると逃げてしまう部分（非コア預金）に分けてモデル化するのが一般的である。このうち、銀行勘定の金利リスク計測で重要なのはコア預金部分の変化であるが、データ量の制約もあってモデル化が難しい。さらに、貸出の大きな部分を占める住宅ローン残高も金利変動に応じて変化する。この部分についてはローン期限前返済のモデル化として少しづつ研究成果が見られるようになってきているものの、データ量の制約等から強い仮定が置かれているものが多く、さらなる改良が望まれている。

新規制の第2の柱が目指しているものは、これら2種類のリスク計測に留まらず、銀行経営に関連するすべてのリスクを統合的に計測、管理、経営することであり、統合リスク管理と呼ばれている。統合リスク管理は資本・負債比率や各ビジネスユニットに対する資本配賦戦略の最適化が最終的な目標であるが、現在はその前の段階、すなわち銀行経営に関連する個々のリスクをより正確に計測し、その結果を経営に役立てることを当面の目標として金融機関や研究者が創意工夫を重ねている。

4. 非完備市場における価格付け

証券市場における価格付け、最適ポートフォリオの選択、ヘッジ戦略等の研究では、市場が完備²であることの前提として、(a)完全情報（すべての市場参加者は同じ情報を保有）、(b)参加者は価格受容者である、(c)取引コストは存在しない、(d)市場参加者の選好は同質である、ことを仮定することが多い。これらの（市場に関する）仮定により、市場参加者が取引する際には、基本的証券価格の履歴のみに注目して証券を売買し意思決定を行えばよいことになる。完備市場では同値マルチングール測度が唯一つあるので、同値マルチングール測度によって証券のキャッシュフローを評価できる。すなわち、原理的には価格付けという問題は

解決済みであり、さらにマルチングールの表現定理からヘッジ戦略の存在も明らかである。

しかし、現実の市場は、上述の理想的な条件を満たしているわけではなく、何らかの制約が参加者や取引に課せられるために、非完備市場である。また、実際の市場参加者は同質ではなく、様々な制約下に置かれた異質な参加者が共存し取引することによって価格が形成されている。すなわち、参加者は基本的証券価格のみではなく、その他の要素も考慮して意思決定を行わなければならない。非完備市場では同値マルチングール測度が複数存在することになるので、現実の価格体系はそのうちの一つの同値マルチングール測度に対応している。

過去の研究では、具体的な制約条件下における価格付けのための同値マルチングール測度（もしくは状態価格密度過程）を求めていている。代表的な研究として、他の参加者より多い情報を保有するインサイダー問題、自己の取引がその後の価格に影響を与える大規模投資家の存在、売値・買値スプレッドの売買コスト、配当収入への税率が異なる2種類の投資家が存在する市場の考察、などが挙げられる。また、複数の測度から1つの測度を選択する基準として、測度間の『距離』を最小にするというアイデアによって最小同値マルチングール測度がいくつか提案されている。

市場参加者としては、個人、企業、金融機関、機関投資家、ヘッジファンド、政府、中央銀行等が挙げられるが、各参加者は異なる環境にあり、異なる目的によって行動する。機関投資家やヘッジファンドは個人投資家よりも良質の情報を保有し、その投資行動は市場価格を変化させるほど大量に行うことも珍しくない。政府や中央銀行は自己の利益ではなく国民ないしは経済全体の利益を考えて行動するであろう。したがって、現実の市場をより精緻に分析するには、これまでの個々の制約問題の研究から、今後は複数の制約と参加者の異質性を同時に考察することが必要になる。

参加者の異質性に着目する文献では、参加者ごとの状態価格密度過程の加重平均によって代表的個人の状態価格密度過程が得られている。ただし、その加重平均における各参加者のウエイトは定数ではなく確率過程になることが解析を困難にしている。多様な参加者の投資行動の共存状態に対応する（あるいはなるべく近い）価格体系およびその状態価格密度過程を特定することが重要な課題である。

² 任意の条件付請求権が、複数の基本的証券によって複製可能であるということ。

5. 流動性リスクのモデル構築と計量化

従来のミクロ経済学や金融工学における価格理論では市場の完全性³と価格受容者の仮定を基礎としていた。しかしながら、1997年のアジア通貨危機等を見てもわかるように、市場取引の流動性が枯渇すると、自らの売買注文によって取引価格が大きく変化する、いわゆる価格インパクトなどを考慮することが不可欠である。実際、1998年のロシア危機では、世界的に有名なヘッジ・ファンドであった LTCM が、市場流動性の極端な減少から反対売買を行うことができず、そのことが一因となって倒産している。最近では、サブプライム問題の顕在化によって世界的な株価下落を体験している。以上の経験に代表される、流動性リスクの急激な減少や金融市场の同時的価格下落は、中央銀行をはじめとする金融政策当局にとっても、かねてから非常に重要な問題であったことは言うまでもない。

このような問題を、売買成約の仕組みや、情報の非対称性、市場参加者の異質性などといった市場制度や市場固有の特徴の観点から考察する分野がマーケット・マイクロストラクチャーである。マーケット・マイクロストラクチャーでは確率解析や一般均衡理論、ゲーム理論など、様々なツールを用いてモデルを分析する。したがって、多様な側面から市場均衡を考察することができる。また、そこで得られたモデルは市場データ等を通じて検証が可能であり、実務における諸問題や政策提言の観点からも非常に有益である。当該研究を通じて、新しい投資理論の構築や、市場制度のあり方など、様々な方面への貢献が期待されている。

実証研究では、(1)証券間の価格変化の相関はファンダメンタルズによるものだけでは説明できない、(2)価格はランダムウォークではなく、短期的には価格変化は正の時系列相関を持ち、長期的には負の時系列相関を持つ、(3)市場流動性も時間変化し、その動きには正の相関が見られる（すなわち、ある株式の市場流動性が低下すると他の株式の市場流動性も低下する傾向にある）、などの結果が得られている。マーケット・マイクロストラクチャーの理論モデルでは、これらの現象を、(1)私的情報を有する情報トレーダーと私的情報を持たない非情報トレーダーの情報格差（非対称性）、(2)企業の決算報告・業績見込みなどの公的情報の信頼

性・流入の形態、(3)流動トレーダーと呼ばれる非合理的投資家の取引行動、などによって説明することができることを示した。

このように、マーケット・マイクロストラクチャーは従来の金融論では得られなかった経済学的示唆を数多く与えてくれた。しかしながら、これまで得られた結果は定性的なものがほとんどで、定量的な分析は必ずしも満足のいく水準ではなかった。例えば、代表的なモデルのほとんどが確率変数の正規性を仮定している。正規性の仮定は、数学的な取り扱いは容易になるが、現実の市場への応用を考えると、非常に制限的な仮定である。特に、市場流動性を加味した理論モデルをポートフォリオ最適化問題やリスク管理といった個々の経済主体にとっての現実的な問題に対して応用するには満足する水準とはいえず、この点ではマーケット・マイクロストラクチャーは有益な貢献をしたとは言い難い。より一般的な枠組みでの分析が今後の課題といえる。

6. コーポレート・ファイナンス

デリバティブの価格付けにおいて大前提となる『無裁定』の概念を示したのは、企業の最適資本構成を最初に扱った Modigliani and Miller (1958) である⁴。その後、デリバティブの価格付けに関する研究は Black and Scholes (1972), Merton (1973) を創始に大いに発展し、また金融工学としてより幅広く、かつ盛んに研究が進められている。これは、金融デリバティブ市場が、無裁定条件を概ね満たす場合が多く、金融工学の成果が実務の上での意思決定支援ツールとして有益な貢献を果たすためである。近年、これら金融工学の成果を逆にコーポレート・ファイナンスに利用する動きが盛んである。例えば、企業価値を最大化するための、株式と負債の最適な比率の導出、さらには配当と投資の動的な政策決定等である。しかし、コーポレート・ファイナンスは現状では、金融工学が証券取引市場で果たした役割ほどの有用性を發揮することはできていない。企業の財務活動の意思決定支援を実際に行うには、コーポレート・ファイナンスが最初に示したはずの無裁定概念が壁となっている。

ほとんどすべての研究において、企業の資産価値

³ 取引費用や情報の非対称性など、市場の摩擦が存在しない市場。

⁴ Modigliani, F. and M. H. Miller (1958), "The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment," *American Economic Review*, 48, 261-297.

V は確率微分方程式

$$\frac{dV}{V} = \mu dt + \sigma dB(t)$$

に従うとモデル化される。ここで、無裁定条件が満たされる場合には、リスク中立確率の下ではドリフト μ は無リスク金利 r と同じ値になり一意に定まる。しかし、一般に事業会社の資産は証券のように取引可能ではないため無裁定条件が満たされることは言い難く、未知のリスクの市場価格 λ を使って $\mu = r + \lambda\sigma$ とななければならぬ。このことが原因で、モデルから得られた定量値は未定な値 μ を含むことになり、これは意思決定支援を行う上では大きな問題である。

コーポレート・ファイナンスは、従来、企業の財務活動の多様性を経済学的に解明・解釈することを目的としたため、無裁定の仮定はそれほど大きな制約とはならず、多くの経済学的な成果を残してきた。しかし、今後、コーポレート・ファイナンスが実務上、有用な意思決定支援を行い、社会的により有益な学問となるためには、 μ の値を特定する必要がある。すなわち、コーポレート・ファイナンスにおいては、無裁定条件の下で μ を特定するか、あるいは無裁定条件を満たさなくとも実務的な意味で定量可能な価格付け体系が求められている。

7. ハウスホールド・ファイナンス

Markowitz (1952) や Merton (1969) などを嚆矢に、従来よりポートフォリオ選択理論はファイナンス分野の中心的な研究テーマの一つであるが、残念なことに、その成果は家計（ハウスホールド）のためにはほとんど利用されてこなかった。

家計は、退職後の生計や、住宅の購入、子女の教育、あるいは不測の事態に備えるために、保有する資産を銀行預金を含む様々な金融商品に投資することが可能である。金融資産のリターンの大きさは重要であり、資産全体のリターンは資産の配分比率によって定まる。しかし、資産のリターンには不確実性がある。銀行預金や国債のリターンもインフレを考慮すれば不確実である。高い実質リターンを達成すれば、実質資産は想定よりも増加し、多くの額を消費することができる。一方で、実質リターンが低い場合（負の場合もありうる）には資産は想定よりも目減りし、最悪の状況では最低生活水準の消費さえ賄うことができなくなるかもしれない。家計は自らの状況と今後の見通しを考慮した上で、最適な資産配分を選択する必要がある。

家計の資産運用を考える上で重要なのは、投資期間が長期であることと人的資産への考慮である。まず前者について、長期投資では期中のリバランスが可能であり、長期の最適資産配分比率は時点や状態に依存し、一般的に1期間モデルのものとは異なる。最適資産配分を求める技術的な解法には、大別して、動的計画法（確率制御）とマルチングル法（双対法）がある。いくつかの特別な場合においては解析解が見つかれているが、ほとんどの場合には数値的に計算される。しかし、モデルに複数の状態変数を含めると数値計算すら困難である。近年いくつかの重要な成果が得られているが、現実的な問題に対処するためにはさらなる数値計算手法の発展が必要である。

さらに、証券市場に関わる問題以外に、家計は複雑な状況に直面している。退職前の現役世帯は金融資産の他に大きな資産、すなわち人的資産を持つ。人的資産は労働の対価として得られる将来の労働収入の現在価値を指す。退職までの期間が長く、比較的金融資産の蓄積が進んでいない若年の世帯にとっては、特に人的資産は重要である。いくつかの論文では、金融資産で完全にヘッジすることができない労働収入の不確実性（バックグラウンドリスク）が最適資産配分に大きな影響を与えることが示されている。定期的に得ることができる労働所得は国債のような資産としてみなせるが、労働所得には不確実性があり、保有する金融資産との共分散が大きければ消費リスクは高くなる。人的資産の大きさやリスク、金融資産との相関関係は、年齢や勤務先などによって異なる。そのため、たとえ消費リスクに関する選好が同じでも、最適資産配分は家計によって異なり、個々の家計のライフサイクルに依存することになる。

家計の資産運用を考察するには、家計がどのように投資をするべきなのかというこれまでに述べた見方の他にも、家計が実際にどのように投資しているのかという見方がある。後者についてもデータの入手が難しく十分には解明されていない。断片的なデータからは、必ずしも家計が合理的な行動をとっていないことが示唆されている。Campbell (2006) は、企業の行動や意思決定を対象にするコーポレート・ファイナンスと比較して、家計を対象にした研究分野をハウスホールド・ファイナンスと呼び、今後の発展の重要性を述べている⁵。

⁵ Campbell, J. (2006), "Household finance," *Journal of Finance*, 61, 1553-1604.

科学的な視点を取り入れた意思決定のサポートを行う仕組みを導入することには社会厚生上の意義がある。しかし、実際的な問題を統合して扱うことは現状では困難であり、先行研究の成果はほとんど実務に活かされていない。計算技術の発展とさらなる実証研究の蓄積が課題である。

8. 多期間最適化問題

多期間最適化問題は多期間にわたる不確実性を考慮した動的投資政策の決定を行う問題である。年金 ALM や保険 ALM、ライフサイクルファンドなどの投資信託の設計、個人のファイナンシャルアドバイスなど、明示的に長期的な資金運用を行う必要のある問題に対してモデル化が行われる。多期間モデルによるポートフォリオ最適化問題は、Merton (1969) と Samuelson (1969) によって基本的枠組みが提示され、1990 年代に入ってから金融経済学および数理計画モデリングの両方の側面で様々な研究が活発に行われている。

金融経済学の側面からは、特別なケースに対して最適解がモデルの入力パラメータの関数として記述される解析解や近似解を導出する研究が主に行われている。最近ではより柔軟なケースに対応できるアプローチとして、最小二乗モンテカルロ法を用いた数値計算法も提案されている。しかし、これらのアプローチで実務に応用する場合、特に不等号制約条件を追加すると最適解の導出が難しくなるという問題点がある⁶。それに対して、数理計画モデリングでは様々な実務制約のもとで最適解を導出することができる。

数理計画モデルの定番として発展したのはシナリオ・ツリーによって不確実性を離散的に記述し、各ノードにおいて条件付き意思決定を行う多期間最適化モデルである。理論的には優れたモデルであるが、実際に計算を行うときに不確実性の記述を詳細にしようとすると、問題の規模が指数的に増加するという欠点がある。この問題を克服するためには、不確実性の記述をモンテカルロ・シミュレーションで行いつつ、条件付き意思決定を行うことができるシミュレーション/ツリー混合型モデルが有効である⁷。しかし、シナリ

オ・ツリー型モデルよりは改善されているものの、混合型モデルでもシミュレーションパス数および意思決定ノード数と問題規模（計算時間）にはトレードオフがあり、近似精度を上げるためにさらなる工夫が必要である。

様々な実務制約を含めて柔軟に多期間モデルを構築するという視点から見ると、数理計画モデルで多期間最適化問題を定式化するのが良いと考えられるが、金融経済学の研究から得られた知見を織り込む（融合する）ことによって、数理計画モデルで抱えている問題点を克服できるのではないかと考える。例えば、解析解に現れる関数形の特徴を最適解を表す決定変数に当てはめて問題を定式化し解くことが考えられる。最小二乗モンテカルロ法と混合型モデルを融合させることは当面すぐに取りかかれそうな問題である。前述のことは最適化モデルの側面からの問題であるが、多期間にわたる入力データの推定は実際に利用する上で重要なポイントである。ファクターモデルや時系列モデルの研究を多期間モデルに応用する観点からの研究も取りかかるべき問題である。

金融経済学および数理計画モデリングの研究はそれぞれ独立に行われているのが現状であるが、これらの研究を統一的に取り扱うことができるフレームワークを作ることが多期間最適化問題を解くためのブレークスルーにつながるのではないかと考えている。その意味で、様々な分野の専門家が協力して多期間最適化問題に取り組む体制を作ることが重要になってくる。

9. ゲーム論的リアルオプションモデル

リアルオプションモデルとは、企業の投資プロジェクト価値を、金融商品の価格式を用いて評価する理論モデルである。リアルオプションの基本モデルでは、企業は独占市場において投資活動を行うと仮定されている。それに対して、近年では、企業間の戦略的相互依存関係を考慮するゲーム論的リアルオプションモデル（Game Theoretic Real Options Model）が構築されている。

企業が複数市場で投資活動を行う場合、企業間の戦略的相互依存関係を考慮しなければならない。すなわち、各企業は「他社よりも先に投資を実行する（先導者）」「他社に遅れて投資を実行する（追随者）」といった 2 つの戦略における価値関数の大小関係により、先導者あるいは追随者となることを決定する。

いま、市場における経済状態の変化に伴い、もし 1

⁶ この問題点は多期間モデルだけでなく、1期間モデルでも生じる問題点である。

⁷ Hibiki, N. (2006), "Multi-period stochastic optimization models for dynamic asset allocation," *Journal of Banking and Finance*, 30, 365–390.

社のみが参入すればその企業の利潤は正となり、もし2社が参入すれば各企業の利潤は負となる臨界値が存在すると仮定しよう。このとき、各企業は他社を追随者にさせ、自社は先導者として投資を実行したいと考える。結果として、各企業の最適戦略は、その臨界値において「正のある確率で投資を実行」かつ「正のある確率で投資を実行しない」と予想される。それにもかかわらず、現代の理論モデルでは、その臨界値における各企業の最適戦略は、「どのくらいの確率で

投資を実行」かつ「どのくらいの確率で投資を実行しない」といった形式で導出されてなく、その臨界値における均衡が明示的に導出されていない。

したがって、ゲーム論的リアルオプションモデルでは、均衡における企業の最適戦略が明示的に分析されていない。次世代の研究者には、こうした理論モデルにおける均衡を明示的に導出されることを期待している。