ゲーム理論

武藤　滋夫

本稿においては，まずゲーム理論のこれまでの発展を振り返った後，次世代へ向けてのゲーム理論のオープンプロブレムのうち主なものを述べる．非協力ゲームにおいては，ナッシュ均衡がどのようにして達成されるか，情報不完備なゲームを真に情報不完備なゲーム，つまりプレイヤー間のゲーム的状況の把握に相違があるゲーム，として捉えるにはどうすればよいのか，協力ゲームにおいては，特性関数形ゲームにおいてプレイヤー間の提携形成はどのようにして行われるのか，戦略形ゲーム，展開形ゲームにおけるプレイヤー間の協力行動（協力しての戦略の変更）はどのように捉えればよいのか，などである．

キーワード：非協力ゲーム理論，ナッシュ均衡，認識論理，進化論的ゲーム理論，情報不完備なゲーム，帰納的ゲーム理論，実験ゲーム理論，協力ゲーム理論，提携形成，安定集合，交渉プロセス

1．はじめに

ゲーム理論は，競争的な関係にある複数の意思決定主体が存在する状況において，各主体はどのように意思決定すればよいのか，また，社会や組織を構成する意見を異にする人々の意見をどのようにまとめていけばよいのかという問題を扱う．したがって，問題が明確に定式化されそれが解けるかどうかというテクニカルな問題だけでなく，問題の定式化，解決の方向性といったコンセプチュアルな問題を避けて通ることができない，というよりは，ゲーム理論における次世代に向けての大きなオープン・プロブレムは後者の範疇に属するといってよいであろう．この視点から，以下ゲーム理論におけるオープン・プロブレムを，私なりにまとめていく．もちろん，応用を含めれば，ゲーム理論がカバーする分野は理工学から人文社会科学まで広範囲に渡るので，そのすべてをカバーするものではないことを最初にお断りしておく．

2．ゲーム理論の発展

オープン・プロブレムを述べる前に，まずゲーム理論のこれまでの発展を簡単に振り返っておこう．

ゲーム理論は1944年に発刊されたJ. von NeumannとO. Morgensternによる大著“Theory of Games and Economic Behavior”をその出発点とする．von NeumannとMorgensternはこの書において，非協力ゲームに対しては，戦略形（標準形），展開形の表現形式を与えた上で，2人ゼロ和ゲームにおいて，ミニマックス定理を証明しプレイヤーの最適な行動を明らかにした．2人非ゼロ和ゲームおよび3人ゲームにおいては，プレイヤーの利害が完全に対立するわけではないからプレイヤー達は話し合うものと考え，協力ゲームとしてとらえて特性関数形表現（提携形表現）を与え，その解として安定集合（vN-M解）を定義した．

その後，J. Nashが，2人非ゼロ和，3人以上のゲームにおいてもプレイヤー間のコミュニケーションのない状況もあることを指摘し，非協力ゲームとしてとらえた上で，その解としてナッシュ均衡を定義した．Nashはさらに，2人非ゼロ和ゲームの特性関数形ゲームによる取扱いは不十分であるとし，交渉ゲームと呼ばれる表現を与え，その解としてナッシュ交渉解を定義した．

その後1970年代終わりころまでは，von Neumann，MorgensternそしてNashによって築かれた基礎の上に理論が発展していった．非協力ゲームにおいては，R. Seltenによる部分ゲーム完全均衡，完全均衡，D. KrepsとR. Wilsonによる逐次均衡などのナッシュ均衡の精緻化が精力的に研究され，協力ゲームにおいては，D. B. Gillies，L. S. Shapley，R. J. Aumann，M. Maschler，M. Davis，D. Schmeidlerらによって，コア，シャープレイ値，交渉集合，カーネル，ニュークレオーラスなどの解が提唱され，研究された．この時代に研究されていたゲーム理論を，以下「伝統的な

むとう　しげお
東京工業大学 大学院社会理工学研究科
〒152-8552 目黒区大岡山2-12-1

ゲーム理論」と呼ぶことにする．もちろん，伝統的なゲーム理論の分野における研究も現在精力的に行われている．

1970年代までは，戦略形であれば，各プレイヤーの戦略，利得が，そして展開形ゲームであればゲームの木の構造がすべてのプレイヤーのコモン・ノリッジ（共有知識）になっている「情報完備な」ゲームが主な研究の対象となっていた．さらに，プレイヤーは他のプレイヤーがどのような行動をとってくるかを熟慮した上で自分の利得最大化を目指して行動する「合理的な」プレイヤーを想定していた．しかしながら，既に1950年代にH. Simonが指摘していたように，われわれ人間は必ずしも常に合理的に行動するとは限らず，ゲーム理論においても「限定合理的な」プレイヤーを分析に持ち込む必要があった．

情報の完備性については，既にJ. C. Harsanyiが情報不完備なゲームの取扱いを1960年代に発表しており，以来，ゲーム理論における情報不完備な状況の取扱いはHarsanyiが与えたベイジアン・ゲームと呼ばれるゲームによる取扱いが一般的であった．しかしながら，Harsanyiのベイジアン・ゲームによるアプローチは，各プレイヤーが同じように合理的ならば彼らは同じ主観的予想を持ち，プレイヤー間の認識の違いは各々が持つ情報の違いから生まれるという前提をもとに，情報不完備な状況を情報完備なゲームに変換して分析するものであり，真に情報不完備な状況を分析しているかどうかは疑問の残るところであった．最近になって，各プレイヤーが異なるゲームを認識していることを前提として理論を構築していく「帰納的ゲーム理論」と呼ばれる分野の研究が始まりつつある．

限定合理性については，さまざまなアプローチがある．1つは生物学で始まった進化ゲーム理論によるアプローチである．生物学においては，1970年代から，遺伝子の中に組み込まれた行動様式のうちどのようなものが生き残っていくかについて，ゲーム理論的考えに基づいた研究が行われていた．その後，この考えをゲーム理論に持ち込み，われわれが通常行っているような，過去の経験に基づいたり，成功した人の行動を模倣したりする行動様式に，突然変異的な行動を取り込みながら，社会集団の中でどのような行動様式が生き残っていくかという，進化論的ゲーム理論と呼ばれる分野の研究が1990年代以降活発に行われている．限定合理性に対するいま1つのアプローチは，有限オートマトン，ニューラルネットワークなどを用いた工学的なアプローチである．有限オートマトンの状態数により戦略の複雑さの程度を表し，人々がそれほど複雑でない戦略を用いた場合にどのような状態が起こるかなどの研究が1980年代から行われている．現在，限定合理性に対して現在最も活発に行われているのは，実際に人間を被験者として用いる実験によるアプローチであろう．1990年代に入って世界各国で活発に進められており，これまでの理論の予測どおりに被験者が行動する場合もあれば，状況によってはこれまでの理論予測とまったく異なった行動を被験者がとることも報告されている．実験によるさまざまな結果を総合することにより，われわれ人間の行動を反映した新しいゲーム理論が生み出されていくことも考えられる．なお，実験ゲーム理論においては，人間の脳の働きととられる行動との関係を探るべく，脳医学の分野と結びついた研究も始まっている．

一方，協力ゲーム理論はもっぱら特性関数形ゲームをベースにし，全員提携ができたときに得られる利得をプレイヤー間でどのように分け合うべきかを与える解の提示や，その性質，公理化に関する研究が中心であった．最近になってようやく，さまざまな角度からプレイヤー間の協力関係の分析が行われるようになってきており，今後協力ゲーム理論の新たな地平が拓かれるのではないかと期待される．

以上，ゲーム理論の最近の発展を述べてきたが，以下，非協力ゲーム理論，協力ゲーム理論に分けて，次世代へ向けてのオープン・プロブレムを説明していく．

3. 非協力ゲーム理論

3.1 ナッシュ均衡の実現

伝統的な情報完備な非協力ゲーム理論における第1の未解決な問題は，「ナッシュ均衡がどのようにして実現されるか」である．

戦略形ゲームは，プレイヤーの集合，各プレイヤーの戦略の集合，各プレイヤーの利得関数によって表現される．ナッシュ均衡とは，すべてのプレイヤーが他のプレイヤーの戦略に対する最適反応戦略（自らの利得を最大にする戦略）をとっているような戦略の組である．各プレイヤーの戦略が有限個である場合には，混合戦略まで考えればナッシュ均衡は必ず存在する．ただ，唯一つに定まるとは限らず複数個のナッシュ均衡が存在する可能性がある．例えば，以下の利得行列を持つゲームにおいては，純粋戦略の範囲でさえ，ナッシュ均衡は(a, a)，(b, b)の2通り存在する（混合

戦略まで考えるとこの2つに加えてもう1つナッシュ均衡が存在する).

1\2	a	b
a	2,2	0,0
b	0,0	1,1

非協力ゲームは，もともとは全くプレイヤー間のコミュニケーションのない状況でプレイヤーが各自の利得最大化を目指す場合，各々の合理的な戦略は何かを考察することを目的としている．2人のプレイヤーの利害が完全に対立し，すべての戦略の組において2人のプレイヤーの利得の和がゼロになる2人ゼロ和ゲームにおいては，各プレイヤーのマックスミニ行動基準に従っての行動が合理的であることが，von Neumannの「ミニマックス定理」により示されている．

しかしながら，例えば上の利得行列で与えられる2人（非ゼロ和）ゲームにおいて，2人のプレイヤーの間に全くコミュニケーションがなければ，果たしてナッシュ均衡が達成されるであろうか．確かに，ナッシュ均衡の戦略の組においては，お互い自分だけで戦略を変える動機は持たないから，安定な状態である．しかしながら，いかにして相手がナッシュ均衡を構成する戦略をとることを確信できるであろうか．特に，上の例のようにナッシュ均衡が2つ存在する場合に，どちらか一方のナッシュ均衡を構成する戦略を相手がとると確信できるであろうか．

この問題に対して，1980年代から大きく2つの方向からアプローチがなされている．1つは伝統的なゲーム理論からのアプローチである．プレイヤーの完全な合理性を仮定し，相手がどのような意思決定を行うかを相互に推論しながら意思決定に至るプロセスを数理論理学を用いて明らかにし，ナッシュ均衡の認識論理による基礎付けを行う．分析の難しさから，まだまだこの分野の研究者の数は少ないが，これからのゲーム理論の重要な研究課題の1つであろう．

いま1つは，進化論的ゲーム理論のうち，特に確率進化ゲームと呼ばれている分野からのアプローチである．各プレイヤーは生物学の進化ゲームにおけるように遺伝子に組み込まれた行動様式を常にとるのではなく，自分の経験などから得られたデータを基にそれに対する最適反応をとっていく．多くのプレイヤーからなる集団を考え，それぞれがランダムに他の人と出会い，出会った人と次々に上のゲームを行うとしよう．相手がどちらの戦略をとってくるかを熟慮して決定するのではなく，例えば，集団の中で何割が戦略 a をとり何割が戦略 b をとっているかというデータを基に，対戦する相手がその割合で a，b をとってくると考えそれに対する最適反応戦略をとる，ないしは自分がこれまでに対戦し記憶に残っている相手の何割が a，何割が b であったかを基に，対戦する相手がその割合で a，b をとってくると考えそれに対する最適反応戦略をとる，といった形で各プレイヤーがどちらの戦略をとるかを決定していくとする．考察する期間を十分に長くとれば，集団のすべてのメンバーが a をとる，ないしはすべてのメンバーが b をとる状態のみが最終的に生じてくることが，確率過程論を用いて理論的に証明されている．さらに，もし，たとえ集団のメンバー全員が a をとっていたとしても（したがって，最適反応は a であるとしても），b をとる，ないしは集団のメンバー全員が b をとっていても最適反応ではない a をとる（生物の進化でいえば突然変異的な）プレイヤーが存在すると仮定した場合，十分長い期間をとると，ほとんどの時間において，プレイヤーにとって高い利得を与える a を全員がとる状態が生ずることも示されている．

この確率進化ゲームにおける結果は，集団の中でメンバーがナッシュ均衡を構成する戦略をとる状態がどのようにして達成されるのか，また，後半の結果は，複数のナッシュ均衡のうちの一つのナッシュ均衡（上の例であれば集団のメンバーにとって利得がより大きく望ましい (a, a)）を構成する戦略（つまり a）がとられる状態がどのようにして実現されるのか，その一つのプロセスを示していると考えられる．つまり，個々のプレイヤーが熟慮して戦略を決定するのではなく，われわれが日常行っているように過去の経験や記憶に基づいて最適と思われる行動をとっていったときに，それが繰り返されると，ナッシュ均衡を構成する戦略，さらには複数のナッシュ均衡が存在する場合にはその一つを構成する戦略を集団のすべてのメンバーがとる状態が実現される．これは，社会や集団の中でナッシュ均衡が実現される一つのプロセスを与えるものとして興味深く，確率進化ゲームを用いた社会制度や社会慣習の形成の分析も盛んに行われている．残念ながら，上記のような2人のプレイヤーが2つの戦略を持つゲームであれば，解析的な結果が得られているが，より複雑なゲームになると解析的な分析は難しくなり，ほとんど研究が進んでいない．今後の大きな研

究課題と思われる．この研究を進めるためには，解析的な困難さを考えると計算機科学との密接な連携が必要となるであろう．

3.2 情報の不完備性の扱い

まず，Harsanyi の情報の不完備性の取扱いを説明しておこう．いま，上記の利得行列を持つゲーム（以下，ゲーム(1)と呼ぶ）と，次の利得行列を持つゲーム(2)の2つのゲームが起こる可能性があるとする（(a, a)，(b, b) のもとでの利得が異なっており，ゲーム(2)では (b, b) のときのほうが両者にとって利得が大きくなっている）．

1\2	a	b
a	1, 1	0, 0
b	0, 0	2, 2

プレイヤー1，2がプレイするゲームはゲーム(1)，(2)のどちらかであるとしよう．いま，プレイヤー1，2は別々にプレイする前に調査し，どちらのゲームがプレイされるかについて情報を得るとしよう．例えば，プレイヤー1はゲーム(1)がプレイされるとの情報を得たとする．このとき，プレイヤー2は別の調査をしているのであるから，どのような情報を得たかをプレイヤー1は知ることができない．そこで，プレイヤー2の状態については，ゲーム(1)，(2)が起こる確率をプレイヤー2はこのように考えているであろうというように主観的に判断をせざるを得ない．ゲーム(2)がプレイされるとわかったときも同様であり，また，プレイヤー2についても同様である．

このような状況を分析するために，Harsanyi は共有事前確率を導入した．いま，この状況で起こりうる事象は，（ゲーム(1)，ゲーム(1)），（ゲーム(1)，ゲーム(2)），（ゲーム(2)，ゲーム(1)），（ゲーム(2)，ゲーム(2)）の4通りである．それぞれ，左がプレイされるゲームについてプレイヤー1が得た情報，右がプレイヤー2が得た情報である．

Harsanyi はこの4つの事象が起こる確率を考え，さらにこの確率が2人のプレイヤーに共通に知られている共有知識であるとした．いま，この確率を $p1$，$p2$，$p3$，$p4$ とすれば，プレイヤー1がゲーム(1)がプレイされるとの情報を得た場合には，プレイヤー2がゲーム(1)がプレイされるとの情報を得る確率は，ベイズの定理から $p1/(p1+p2)$，ゲーム(2)がプレイされるとの情報を得る確率は $p2/(p1+p2)$ である．同様にして，プレイヤー1がゲーム(2)がプレイされるとの情報を得た場合には，それぞれ $p3/(p3+p4)$，$p4/(p3+p4)$ となる．プレイヤー1は，ゲーム(1)がプレイされるとの情報を得た場合には，プレイヤー2は $p1/(p1+p2)$ の確率でゲーム(1)が，$p2/(p1+p2)$ の確率でゲーム(2)がプレイされると考える，と想定してゲームをプレイする．ゲーム(2)がプレイされるとわかったときも同様である．プレイヤー2についても同様である．これが Harsanyi によるベイジアン・ゲームと呼ばれる情報不完備なゲームの取扱いである．

以上のことからわかるように，Harsanyi のベイジアン・ゲームは，情報不完備な状況に対して，起こりうるすべての事象の上に事前確率を導入し，それがプレイヤーの間の共有知識となっていることを仮定して，大きな情報完備なゲームを考えて分析しようというものである．この Harsanyi の取扱いにより，経済学など社会科学における情報の偏在から生ずる多くの問題がはじめて明確にとらえられ，その解決方法が与えられたことは疑いもないが，情報不完備なゲームを考えるそもそもの動機が，ゲームの構造に対してすべてのプレイヤーが共通の認識を持つことは，われわれの社会現象においてはごく稀なことであろうとの問題意識からでているとすれば，情報不完備の問題に対して，各プレイヤーはそれぞれ別のゲームを認識しているとの前提から理論を構築していく必要があるだろう．このような方向性に基づき，「帰納的ゲーム理論」と呼ばれる分野の研究が盛んになってきつつあり，今後の大きな研究課題となると思われる．

4. 協力ゲーム理論

4.1 全員提携の形成

3人以上のプレイヤーからなる協力ゲームの表現形式はこれまでのところ特性関数形ゲームのみであるといってよい．以下ではそのうち取扱いが簡単な TU-ゲームで話を進める．TU ゲームは，プレイヤーの集合と各提携（プレイヤーの集合の部分集合）が獲得できる利得の値を与える特性関数の組によって与えられる．TU-ゲームとは，貨幣のような媒介手段があり各プレイヤーの利得をまとめて再分配することができる特性関数形ゲームである．そうではなく，利得をまとめることのできないゲームを NTU-ゲームという．TU とは譲渡可能効用（transferable utility）の頭文字をとったものである．

協力ゲームにおける問題は大きく2つある．第1は，

プレイヤーの話し合いの結果，どのような提携が形成されるかであり，第2は，形成された提携において得られた利得を提携内のメンバーでどのように分け合うかである．

協力ゲーム理論においては，最近まで第1の問題はあまり研究されることはなく，主に第2の問題が研究の中心となってきた．その理由は，特性関数の優加法性にあると思われる．任意の相交わらない2つの提携 S，T の和集合 $S \cup T$ の特性関数の値が S，T の特性関数の値を加えたもの以上であるとき，特性関数は優加法性を満たすという．つまり，特性関数が優加法性を満たす場合には，相交わらないどのような提携も別々に行動した場合に得られる利得の和よりも一緒になって大きな提携を作ったときの利得の方が小さくなることはない．したがって，提携の規模は大きくなり最終的に全員提携が形成されると考えられる．われわれの社会における実際の問題から特性関数を作るとほとんどの場合優加法性が満たされることにより，これまでの協力ゲーム理論では，第1の問題に対しては全員提携が形成されると考え，ほとんど研究がなされてこなかった．

したがって，第2の問題もプレイヤー全員の提携の形成を前提とし，それが形成されるときに得られる特性関数の値を各プレイヤーの間でどのように分け合うか，ないしは分け合うべきかが問題であり，それに基づいてさまざまな解が提唱されてきている．

1990年代になって，さまざまな角度から第1の問題の提携形成が研究されるようになってきた．TU-ゲームにおいて，特性関数が優加法性を満たすときに本当に全員提携が形成されるかどうかは，まだ解決されていない研究課題であり，現在さまざまな角度から研究が進んでいる．

また，特性関数形による表現の単純さも指摘されており，各提携の獲得できる値がどのように他の提携が形成されているかに依存して定まる分割関数形と呼ばれる表現形式や，さらにそこに各プレイヤーの戦略の考えを持ち込んだ新たな表現形式など，さまざまな表現形式が模索されている．

4.2 ナッシュプログラム

前節では，特性関数形ゲームが与えられたときに，たとえ特性関数が優加法的であるとしてもはたして全員提携が形成されるのであろうかという問題を述べた．

Seltenは，特性関数形ゲームが与えられたときに，そこにプレイヤー間の交渉プロセスを持ち込み，そのプロセスに従ってプレイヤーが非協力ゲームをプレイしたときに，どのような結果が得られるかを研究した．この問題は，ナッシュが公理論的に定義したナッシュ交渉解に対して，それを非協力ゲームの均衡として実現する交渉プロセスの存在を問うた，いわゆるナッシュプログラムの一環として考えられる．ナッシュプログラムはその後多くの研究者によって研究され，特性関数形ゲームのコア，シャープレイ値などの解を実現する交渉プロセスが提案されてきている．ただ，それぞれに交渉プロセスが違っており，また，プロセスが少し異なるとまったく違った結果になってしまうなど，交渉プロセスの妥当性を今後より高めていく必要がある．また，すべての解についてナッシュプログラムが成功しているわけではなく，今後非協力ゲーム理論の発展との融合を図りながら発展していかなければならない大きな研究課題である．

4.3 戦略形表現における協力行動

これまで述べてきたのは，特性関数形ゲームが与えられたときに，その解を非協力ゲームの均衡として導くような交渉プロセスを考えるという，特性関数形ゲームに非協力ゲームを持ち込むアプローチであった．

しかしながら，von NeumannとMorgensternはプレイヤーの協力関係を考えるために戦略形ゲームから特性関数形ゲームを構成したのであり，戦略形ゲームそのものにおいて，協力関係を考えることもできる．実際，Aumannなどにより，戦略形そのものにおいて，プレイヤーの協力関係をプレイヤー間の結合戦略という形でとらえ解を考える研究が行われている．つまり，非協力ゲームの表現形式に直接，プレイヤー間の提携行動（共同しての戦略の変更）を持ち込もうというアプローチである．このアプローチには大きく2つの流れがある．ナッシュ均衡と同様他のプレイヤーは戦略を変更しないという前提の下で提携による戦略の変更を考える強ナッシュ均衡，提携耐性ナッシュ均衡など，そして戦略を変更した後の他のプレイヤーの反応も考慮した α-コア，β-コアなどである．以下では，1990年代以降新たな発展を遂げている前者についてこれからの問題点をまじえながら解説していく．

Aumannによる強ナッシュ均衡は，どのプレイヤーも1人では逸脱する動機を持たないというナッシュ均衡の考えを拡張し，どの提携も逸脱する動機を持たない戦略の組として定義される．非常に強い均衡の概念であり，それだけに強ナッシュ均衡が存在する戦略形ゲームはかなり限られる．Peleg達は逸脱した提携

内でさらなる逸脱の可能性のない逸脱を有効な逸脱と考え，有効な逸脱の存在しない戦略の組を提携耐性ナッシュ均衡と定義した．この提携耐性ナッシュ均衡は，逸脱した提携内の分裂しか想定していなかったが，逸脱した提携のメンバーが提携に属さないプレイヤーと新たな提携を作って逸脱する可能性もあるであろう．つまり，Peleg 達の考えは，提携内の分裂を考え逸脱は常に提携が縮小していく方向しか考えていなかったが，提携外のメンバーと新たな提携を組むことにより，提携が増大していく方向も考えなければならないのではないかという考えである．

この考えを明確な形で定式化したのが J. Greenberg による社会的状況の理論である（"The Theory of Social Situations: An Alternative Game Approach," J. Greenberg, Cambridge University Press, 1990）．Greenberg は，von Neumann と Morgenstern により定義された特性関数形ゲームの最初の解である安定集合の考え方を導入して，提携が増大していく可能性も含めた状況における安定な状況を明確に定義した．Greenberg の安定集合の考えは，提携による分裂だけでなく，プレイヤー個人の逸脱のみを想定する状況にも適用可能であり，ナッシュ均衡による結果とは異なるさまざまな興味ある結果が得られている．その後，M. Chwe は，逸脱の連鎖を考えそれを先まで見通すプレイヤーを想定して，Greenberg の考えを拡張した（"Farsighted Coalitional Stability," M. S-Y. Chwe, Journal of Economic Theory 63, 299-325, 1994）．その考えを基に，経済・社会システムにおいてさまざまな興味深い結果が得られている．ただ，この Chwe の定義した安定集合に基づく解は，その性質などまだ明らかでない点が多く，その応用も含め今後の研究課題となっている．戦略形ゲームをベースとし，交渉プロセスを考えてその均衡状態を考えるという研究は Ray and Vohra によっても異なった方向から行われている（"Equilibrium Binding Agreement," D. Ray and R. Vohra, Journal of Economic Theory 73, 30-78, 1997）．このように，協力ゲームと非協力ゲームの融合は，さまざまな方向から現在研究されており，これからの大きな課題の一つである．

5. 終わりに

この原稿がほぼ完成した 2007 年 10 月 16 日付の朝刊は，メカニズム・デザインへの功績を理由として L.Hurwicz, E. Maskin, R. Myerson の 3 氏に本年度のノーベル経済学賞が授与されたことを伝えている．このうち，Maskin と Myerson の 2 人はゲーム理論においても大きな業績を残している．特に，Myerson はゲーム理論の教科書も著しており，ゲーム理論研究者である．彼は，ゲーム理論を用いて，単に経済システムのみならず，政治システム，社会システムに幅広く切り込んでこれらの分野それぞれで数多くの貢献をなしている．最近，ゲーム理論の経済学への急激な浸透により，「ゲーム理論は経済学ではないか」という声を耳にすることもあるが，もともとゲーム理論は数学の一理論であり，経済学部出身者だけではその理論面での発展は担えず，理工系の教育を受けた研究者の力が必要不可欠である．OR を学ぶ若い方々がゲーム理論に関心を持ち，その理論的発展を支え，次世代のオープン・プロブレムを解決してくれることを心から願ってやまない．

参考文献

非協力ゲームのナッシュ均衡，帰納的ゲーム理論については，金子守，『ゲーム理論と蒟蒻問答』，日本評論社，2003，松井彰彦，『慣習と規範の経済学』，東洋経済新報社，2002 を読まれるとよいであろう．

実験については，「経済学は実験できるか？」経済セミナー 2007 年 1 月号特集を，進化ゲーム，ナッシュプログラム，提携形成については，「進化ゲーム理論が面白い」経済セミナー 2002 年 12 月号特集，および今井晴雄，岡田章，『ゲーム理論の新展開』，勁草書房，2002 に所収の「生物進化とゲーム理論」，巌佐　庸，15-56，「グループ形成と非協力 n 人交渉ゲーム」，岡田　章，205-240，「戦略的協力ゲームと事前交渉」，今井晴雄，241-263 を参照していただきたい．『ゲーム理論の新展開』には，それ以外にもさまざまなトピック，オープン・プロブレムが掲載されている．是非一度目を通していただきたい．伝統的な協力ゲームにおけるオープン・プロブレムは，例えば，「凸ゲームと準凸ゲームに関する未解決問題」，穂刈享，内田誠吾，京都大学数理解析研究所講究録 No. 1371, 116-124, 2004 を参照していただきたい．

最近出版された，『ゲーム理論＋(プラス)』経済セミナー増刊号 2007 年 6 月，には最近のゲーム理論の動向，これからの課題などフレッシュな話題が掲載されている．これも是非一度目を通されるとよいであろう．