

中等教育と OR

成川 康男

学校運営，数学教育，教員の個人研究について，OR（オペレーションズリサーチ）を念頭において紹介していく。学校運営に関しては大学で学んだORと実際とのギャップを，数学教育に関しては大学でORを教える前準備に必要な基本としての事柄や時期について述べる。さらに大学等の研究機関に属していないものがORに関連した事柄を個人で研究することの意義と困難について述べる。

キーワード：中等教育，意思決定，数学教育，研究と教育

1. はじめに

私は，大学院のシステム科学を専攻して，東京にある桐朋学園の教諭として中学生と高校生を教えている。大学院時代は森村先生に確率統計を，小島先生に線形計画法を習ったが，ORの隣接分野ともいえるファジィ理論を菅野先生の下で学び，また，数年後在職のまま博士課程にも入れていただき，学位をとらせていただいた。学位論文は，数学的手法によるファジィ測度論なのだが，その応用として意思決定の問題などもテーマの一つとして研究を続けている。私にこのような場で，執筆の機会を与えてくださった学会関係者の皆さんに大いに感謝している。

中学・高校を中心とした中等教育において，ORを意識することは，実際ほとんどない。大学の授業科目の中でORを学んだ経験のある教員は，数学科を中心としてそれなりに存在していると考えられるが，システム科学などの隣接分野も含めて専門分野として専攻した教員はほとんどいないのが現状である。このような中で，一応ORの隣接分野を学び研究してきた者が，ORを念頭において学校運営，数学教育，教員の個人研究について紹介していくことはそれなりの意義があることと思われる。

本稿では，学校運営に関しては大学で学んだORと実際とのギャップを，数学教育に関しては大学でORを教える前準備に必要な基本としての事柄や時期について述べる。さらに，大学等の研究機関に属していないものがORに関連した事柄を個人で研究することの意義と困難について述べる。

大学におけるいくつかの問題を題材にORを分かりやすく解説した今野先生の「数理決定法入門」[1]がある。ここで与えられている問題とその解決法は中学・高校でも応用していくことが出来そうである。しかし，一方で私の勤務する学校でこれらのORの手法が表立って使われることはなさそうに思われる。2節では，学校運営においてORが有効に使われそうな題材を選んだ上で，それにもかかわらず，実際には使われない理由を考察する。

中等教育とORとの接点というと，もう一つ考えられるのは，ORを理解していくために必要な，基本的な事柄を生徒に身に付けさせていくことであろう。現在，文部科学省の指導要領の“ゆれ”のため中等教育のカリキュラム編成は大混乱といった様相を見せており，この定まらないカリキュラムで教育を受けた高校生が，大学に入りいずれ社会に出ていくことになる。本稿で，ORの理解を念頭におきながら，彼らが数学ではどのようなことを学んでおり，また，どのようなことが学べていないかということを知っていただくのも意義があるように思える。3節でこのことについて私見を述べる。

4節では教員と個人研究ということで，教師が研究することの意義と困難さについて私見を述べ，5節で全体のまとめを述べたい。

私の勤務する桐朋学園は東京都調布市にある音楽大学で有名であるが，国立市にある男子の普通科の中学・高等学校が最も古く，設立が今年で65周年，地域ではそれなりの進学校であり卒業生のほとんどが，国立大学や上位私立大学に進学する。特定のスポンサーなどがなく，専任教職員による民主的な運営によって成り立っている。転勤などもないため，私は勤務年数が17年になるが若い方から数えた方が早い(ぎりぎり)

なるかわ やすお

桐朋学園

〒186-0004 国立市中3-1-10

はあるが)ので、いまだに若手であると考えられている。

なお、本稿の記述はあくまでも私個人の意見であり、私の勤務する学校の公式な見解でもなく、また、いくつかの事柄に関しては、実際の事例と若干異なる一般的傾向として書いてあることを了承していただきたい。

2. 学校とOR

私の勤務している学校では、あらゆる運営を自分たちの手でやっていかななくてはならない。そこには、ORの手法を使うと有効と思われる事柄も多く存在する。その一方で、おそらく私の学校では使われないであろうことも理解できる。以下では、事例をいくつか取り上げ問題点を考察していく。

2.1 時間割の作成

時間割の編成については、小学校から大学まで関係することであり、実際、時間割編成のソフトウェアが市販されていたりする。本校でも10年以上前に市販のものを試みたようである。しかし、結論としては全く使い物にならなかったということで、現在でも、数人のエキスパートが手作業で編成している。私は、そのエキスパートではないので、実際に関わったことはないが、私が見聞きしたところでは、時間割編成の制約条件の多さが自動化できない原因のようである。具体的に制約条件をあげてみよう。

まず、大きな枠であるが、中学・高校、専任・非常勤あわせて100名程度の教員が中学と高校のどちらかに所属している。中学・高校6年間の授業をもつが、それぞれ専門の科目により履修する学年は決められている。大雑把にいうと(教員) \times (1週間の時間)は 100×34 の行列になり、これにそれぞれの担当する学年・クラスの授業名と空き時間のコマを入れていくことになる。

教員に関する制約条件は以下のようになる。基本的に専任教員の持ち時間は一定の数と決められている。役職は会議時間に依りて時間を減らしていく。当然のことながら、会議時間は参加者が全員集まらなければならない。専任で不足する時間は、非常勤にお願いする。非常勤は曜日・時間の指定ができる。専任教員は平日1日研究日があり授業は入れられない。

授業に関する制約は以下の通りである。ホームルームの時間や高校では多くの選択授業もあり、同時に行わなければならないもの、また、同時に行ってはならないものがある。また、高校の数学は段階分けの関係で9クラスが同時に授業を行う。

その他に、1日に3コマ数学を入れるなどといった、

科目の偏りは、できることならなくしたい。特定の科目が午後だけあるということも避けたい。また、中学・高校どちらの授業を持ってもいいが、自分が所属しているほうの授業を多く持つことが望ましい。

さらに、それぞれの教科の特質と諸事情が加わる。これらは、数理計画法の手法を使っても解くことが出来るかもしれないが、そのコストと最後に述べたあいまいな制約を数値化することの困難さのため、エキスパートの勘が頼りになっていくということになる。

2.2 入試と人事

入学試験と人事に関しては本校でも最高機密の一つであるので詳細に述べることはできない。専任が全員で関わっていくとしか述べることは出来ない。今野先生は「数理決定法入門」[1]のなかで、入学試験の「合格者数決定問題」を多属性効用分析を用いて見事に定式化している。しかし、実際には効用関数の同定に極めて困難が伴うこと、また、期待効用モデルの妥当性の問題などから今野先生の方法が行われることはないであろう。やはり、過去の経験に基づき、エキスパートが原案を考えるといったほうがうまくいくと考えられている。

人事についても同様である。専任人事に関しては最近の大学のように公募されることが多く、それなりに多数の候補者から一人の候補を選ぶわけで、それぞれの候補者が提出した大学の成績などを集約融合(Aggregation, Information fusion)し、順位付けしていかななくてはならない。これも、様々な手法が開発され使われていると思われるが、着任してから共に学校運営をしていく専任の人事に関しては、機械的な手法より決定者それぞれの直観が重視され、それが1つに統合されて組織としての決定になっている。企業などに比べて、規模の小さい本校のような場合は、それで十分のようである。

非常勤の人事に関しては、最近では様子が異なる。とにかく、極端な人材不足である。以前は、専任の出身大学などの先生に声をかければ大学院の学生で教員志望の人などを推薦していただき、それで足りていたのであるが、最近では、大学の先生に声をかけても誰も心当たりがない様子で、大学院生が在学しながら、非常勤で教えるといった風潮がなくなってきている。また、既卒者のなかで力のあると思える人は、公立や他の私立の専任に決まってしまうっており、最近では人材が本当に見つからなければ専任の時間増で乗り切れないか、などとの議論も聞かれる。他の学校でも、

4月になっても決まらなかったなどという話が聞こえてきたりする。人材不足は、定年などでの退職者の増加も一因であるが、最近盛んに報道される教育現場での事故多発の状況と、教育改革によって今後身分がより不安定になる可能性も原因の一つであろう。リスクが多く報いられることが少ない仕事が敬遠されるのは当然のことである。こういった中で、最近、教育学部は衰退との話も聞くが、今後に向けて、数理に強い教員の養成ということも、重要な事柄であるように思えてならない。私がこれまで十数年経験したなかでORの心得のある教員志望者というのに出会ったことがない。教育学部にORの研究室があり、ORを専攻した教員志望者がいてもよいように思う。

2.3 生徒指導と決定の数理

教員の仕事は、教科教育と学校運営に加えて、生徒の日常の生活指導をしなければならない。様々な問題行動がでたときに対処するのはもちろんであるが、実際は、それ以外のいわゆる雑事といわれる部分でOR的な発想を使ったり生徒に伝えたりする場面が多い。それをいくつか紹介しよう。

まず、クラス編成の問題がある。今野先生の[1]で線形計画法の応用問題として取り上げられ、また、久保・松井先生の[2]ではゲーム理論の応用として書かれているが、実際は、これらに扱われた学生の希望をとってから編成するものと違い、中学や高校では教員が一方的に最適な組合せを考えて決めることになる。そこでは、生徒の成績その他数値化できるものと、相性や嗜好など数値化できないものまで総合的に判断して、関係する多くの教員の合議により決められる。これも、経験と勘がものをいう決め方といえるだろう。

一方、いったんホームルームのクラスが決まると、座席や班を生徒たちの話し合いなどを通じて決めることになる。こちらのほうが、むしろ[1][2]で取り上げられている問題に近い。また、班編成はポリヤら[3]にも取り上げられている、安定結婚問題にも近い。

さらに、修学旅行の行き先など、本校の行事の中には、生徒達がクラスとして何かを決めていかなければならない事柄も多い。このときも、生徒の頭の中にあるのは、単純多数決のみであり、すぐにこれにもっていかうとすることが多い。十分に意見を出し合いそれから決めるようにさせることが大切である。それから、決め方としてどういった方法が最も合理的なのかといった問題について、気付かないことが多い。中学生の初期では、まだ難しいが、中学生の後期や高校生にな

るとこれらの事柄に興味をもつ者もいる。私は、以前、佐伯先生の“きめ方の論理”[4]をもとに興味をもった生徒に対して、放課後授業を行ったことがあるが概ね好評だった。

学園祭では、露店を出すことも認められており、何を目的関数として最大化または最小化させるか、また、そのための制約条件はなにか、などということを経験させることは可能である。しかし、このように分析的に考えることは生徒にとって得意ではなく、きちんと考えることが出来るようになるには、歳月を待たなくてはならないのかもしれない。

3. 数学教育について

私たちの学校では、小学校を出たての中学1年生から、まもなく大学に入ろうとする高校3年生までを見通してカリキュラムを作っている。文部科学省の指導要領を見つつ、入ってくる小学生が学んでくる内容をチェックし、そこから、大学が入学試験で要求しているレベルまでもっていくようにしなくてはならない。最新の指導要領では、小学校で学んでくる知識は減らされても、大学で要求されるレベルは下がることなく、しかも文部科学省が示す数学の標準時間は減りその他の科目の必修が増えるという状況の中で、生徒にとって最適と考えられるカリキュラムを考えなければならない。幸いにも、私の勤務する学校は私学で中学からあり、土曜日もしばらく休みにしなかったため、数学の時間を減らすことなく、何とか教育課程を組むことが出来た。後述するように、そのカリキュラムは特殊なものではなく、私を含む多くの読者が中学のころ普通に公立の学校で行われていたものに近い。レベルが高く国際的にもそれなりに評価されていた時代のカリキュラムを、多少の手直しをして授業を行っていると考えてよいだろう。しかし、公立の学校では様々な圧力のもとでカリキュラムが変わっていった。

入学試験を経てやってくる生徒は、それなりに選ばれて粒がそろっているはずであるが、思考の面では幼く、ここから出発して大学入試レベルまでもっていくのは工夫を要することである。

以下に、中学・高校で学ぶ数学の内容を具体的にしていこう。本校で教える数学は、中学では幾何と代数に分かれ、高校では解析の内容を多く含む数学甲と線形代数の内容を多く含む数学乙に分かれている。

中学入学当初の生徒が取り組む幾何は、実際にコンパスと定規を使う作図から入る。これは、論証を学ぶ

にはまだ幼すぎるといふことと、最初の段階では実際に手を動かして作業することが重要であるとの考えによる。2学期に入ってから論証が始まるが、ここで生徒は三段論法や仮定と結論について学ぶ。三段論法をきちんと遂行できることは、全ての学問で重要なことと思われるが、これを身に付けるには、それなりに練習させなければならないことなのである。生徒の中には、“ひまわりは黄色い。この花は黄色い。だから、この花はひまわりだ。”などという論法に違和感を感じないものがある一定の比率で存在するのである。

一つの数学的命題の中から仮定と結論を抜き出すことも中2の後半になるまで徹底的に行う。ある命題のなかで何を仮定して、何を結論としているかを抜き出すのも相当根気よく問うていかないと、安定してできるようにならないようである。さらに、簡単な三角形や平行四辺形を題材にして、簡潔に証明を書く練習をする。数学的に本質的なものはもらさず、かつ、冗長でない証明が書けるようになるには、相当練習させなければならない。これらの事柄はORのみならずあらゆる知的仕事において必要な力であると考えられる。中2で背理法を学ぶが、実際に背理法を使って証明を自力できちんと書くのは高校生になるまで難しいようである。中3で円とピタゴラスの定理を学び、簡単な三角比で中学の幾何は終わりである。

代数は正負の数で始まり、それに続いて文字式の使用の仕方を教える。文字式の使用は生徒にとって抵抗感のあることらしく、繰り返し教えていくことになる。はじめに、中1で1文字で文字式の計算の練習をして、1次方程式を解けるようにする。次に、2文字の計算の練習をして連立方程式を教える。重複を含んでいて無駄なように見えるが、しばらくすると生徒は忘れてしまうので、ある程度期間を置いて、繰り返し教えていったほうがよいようである。どの部分を重複して教え、どの部分はその必要がないかということは、長年の経験と勘であるとしかたない。方程式の後で、指導要領では削られてしまった不等式を教える。現在の不等式の扱いは、高校で教科書2ページ程度の分量で、かけられる時間も1時間に満たないと思われる。これでは、不等式を知ること出来ても、使いこなすことは出来ない。また、高校生には本来の学ぶべき内容が沢山ある。不等式は中学生で方程式を学んだ後にそれと対比させて学習させるのが適切と考えられる。また、連立不等式は集合が削除されてしまった中学数学で“または”“かつ”などの論理を理解する上でも欠かせ

ない。ORでも不等式は不可欠のものであろう。

方程式・不等式以外で中学生で学ぶべき重要な概念の一つは関数であろう。中1の比例・反比例に始まり、中2では1次関数を扱う。発展として、“ある線分と共有点をもつように直線の傾きを最大にせよ”といった線形計画法の初歩のような問題を扱ったりもする。

再度計算練習を2次方程式・2次関数のために行い中学の数学は完成する。先ほども書いたように、どの教材をどの配列でどの程度まで扱うかというのは経験と勘の世界であり、先を急ぎすぎても生徒の知的発達がついてこないため十分に身に付かないものである。筆者たちは、生徒の知的発達レベルにふさわしい中学生用の問題集を作成し出版している[5][6]。これらの問題集は、数学の時間が確保された私立の学校で多く使われている。

高校では、最終的な目標が微積分であり、それに一次変換も加えた線形代数もあり、従来と主な内容は変わっていない。ただし、指導要領では、中学で削除されたものが全て入ってきており、きちんと習得させようとする、かなりの時間とエネルギーを必要とする。そのしわ寄せが、高校2年生の数学に集まってきて、高校2年生で学ぶのが標準とされる数学IIや数学Bの参考書は相当な厚さになっている。実際、最もポピュラーな数研出版のチャート式の数IIは本文が307ページ、練習問題の解答が243ページ、合計で550ページ、これに同じ程度の量の数学Bがあると考えられる。これだけのものを、高校2年生が1年間でこなせるかというとはなはだ疑問である。真摯に生徒の実情を考え望ましい到達点を考えると、どうしてもある程度前倒しに、というより以前のままの流れで、生徒に提供したほうがよいと思われる。それ故に、古くからある私立の進学校は従前と同様のカリキュラムにしているのである。

中学生も後半くらいになると、自分のやっている数学の無味乾燥さに気づき、このようなことがどのようなことに役立つのかといった質問をするものがある。関数の最大最小問題や不等式と領域の部分に線形計画法の初歩があるものの、中等教育の数学の完成が微積分を目指し、ニュートン力学に使えるように指向されているように思われる。特に高校の検定教科書の無味乾燥さと過度の物理への指向は、生徒の学習への意欲を萎えさせる一因となっているように思える。教科書の執筆者を見ても、純粋数学者か数学教育の専門家ばかりで、ORで名前を知っている方々の名前は私の知

る限り見当たらない。私は、中学・高校生に OR を教える必要は全くないと考えるが、それでも高校数学の教科書のなかには、もっと OR 的な解釈・逸話があるべきであると考えている。もしも、OR 学会内でそのような試みがなされているとしたら、ぜひともお教えいただきたいと思う。

4. 教員の個人研究と OR

時間割編成のところでも述べたように、本校の専任教員には週 1 日の研究日が認められている。これは、学校として教員が個人研究をすることがよいことだと認められていると、私は解釈している。また、個人研究をしていると、実際の教科の内部に深く立ち入ることによって新たな知見が得られたり、雑事と思われることに自分の研究の進め方のヒントになることの発見があったり、私個人としても、また、それらを伝えることで生徒にとっても、意義深いと思われることも多い。

平日に研究日があるというのは大切なことで、平日であるからこそ大学に行きセミナーに参加したり、多くの先生と討論をしたりできる。最近では、日曜日にも開館している大学の図書館があったり、また、インターネットを利用することで、大学の外にいても資料や情報の入手が全く出来ないというわけではない。しかし、有料の電子ジャーナルやデータベースなどはいわゆる有力な大学の内部でないとアクセスすることが出来ず、その点に関しては、内外の多くの大学の先生のお世話にならざるを得ない。日常環境では、掲載されている自分の論文の電子ファイルすら見ることが出来ない状態である。

私の学校では、出張にはならないが職免という扱いで、休暇をとらなくても時々是国内外の学会に参加することが出来る。しかし、授業に穴を開けることはしたくないので、参加できるのは、研究日とその前後に開催されるものや、長期休業中のものに限られる。また、科学研究費（奨励 B を除く）の応募資格がないことから、研究会などにかかる費用について多くの大学の先生方のお世話になるしかない。

最近、筆者はスペインの人工知能の研究者である Torra 氏と“Modeling Decision for AI” (MDAI) という国際会議を開催している。私のわがままで、過去 3 回と次の 4 回目は日本の学校の長期休業中にしてもらっている。8 月のヨーロッパはバカンスなので、こういった会議を開くのはふさわしくないそうである。また、これに関する私の費用の一部はスペインから、残りは

手弁当で行っている。今年、吉田祐治先生に General Chair をお願いして北九州大学で開催される。意思決定とその応用に関心のある方は、ご参加いただくと幸いです。詳細については[7]をご覧ください。

5. まとめにかえて

甚だ統一感のない話題ではあるが、自分の見聞きした状況を OR を意識しながら述べてきたつもりである。学校の運営については、OR の手法が役立つことも多いに違いない。こういった決定に関しては、異質なデータの集約や融合が必要である。意思決定のための集約や融合についてまとめた Torra 氏との共著[8]が Springer から出版される予定である。しかし、一方で、数学的モデルでは切り捨てなければならない勘や経験でものごとが進んでいく世界でもある。

数学教育では、直接 OR を教えるというよりは、OR を後に教えるときに、十分に吸収できる素地を作ることが、中等教育では大切と考える。三段論法や仮定か結論かが見抜けられないような状態で何を教えられるものでもない。教科内容と順序については、やはり勘や経験をもとにしたカリキュラムと教授法に如かずといったところがある。

本校のような中等教育の私学は、熟練職人の世界と通ずるものがあり、経験や勘といった最近では切り捨てられつつあるようなものが大切にされていて、それによって物事が決められることが多い。このことは、数値化された OR の世界では容易に表現出来ないものが存在し、経験や勘などを表現し解析する新たな手法の出現を待っているともいえるだろう。

参考文献

- [1] 今野浩：“数理決定法入門”，朝倉書店（1992）。
- [2] 久保，松井：“組合せ最適化”，朝倉書店（1999）。
- [3] ポリヤ，タージャン，ウッズ：“組合せ論入門”，近代科学社（1986）。
- [4] 佐伯胖：“「きめ方」の論理”，東京大学出版会（1980）。
- [5] 市川，木部，久保田，中村，成川，深瀬，牧下，卷淵，矢島，吉田：“新 A クラス中学数学問題集 1 年，2 年，3 年”，昇龍堂出版（2002）。
- [6] 栗原，中村，成川，藤田，宮下，矢島：“A 級中学数学問題集 1 年，2 年，3 年”，昇龍堂出版（2006，2007）。
- [7] <http://www.mdai.cat/mdai2007/>
- [8] Torra V., Narukawa Y.: “Modeling decisions: Information fusion and aggregation operators”, Springer (2007).