

A Scatter Search Algorithm for the Multi-Resource Generalized Quadratic Assignment Problem

小宮 彬

(京都大学大学院情報学研究科数理工学専攻 現所属・(株)東レシステムセンター)
指導教員 永持 仁 教授

1. はじめに

本研究では、多資源一般化二次割当問題という新たな問題を考え、散布探索法に基づくメタ戦略アルゴリズムを提案する。この問題は一般化二次割当問題[1]と多資源一般化割当問題[3]の自然な一般化であり、スケジューリング問題などに応用をもつ。また、グラフ彩色問題やチャネル割当問題の一部など、多くの基本問題を特殊ケースとして含み、NP 困難であることが容易に示せる。提案手法は散布探索法の枠組みに基づくものであるが、局所探索に連鎖シフト近傍という大きな近傍を利用している点と、パス再結合という手法を用いている点が特徴的である。以下、問題とアルゴリズムについてやや詳しく述べた後、計算結果の一部を紹介する。

2. 問題定義

n 個の仕事 $J = \{1, 2, \dots, n\}$ と m 個のエージェント $I = \{1, 2, \dots, m\}$ が与えられたとき、仕事数制約と資源制約を満たすコスト最小の割当 $\sigma: J \rightarrow I$ を求める。ここで、 $\sigma(j) = i$ は仕事 j がエージェント i に割当てられていることを表す。 s 種類の資源 $K = \{1, 2, \dots, s\}$ を考え、エージェント i には割当仕事数の上下限 t_i^{UB} , t_i^B と各資源 k の容量 b_{ik} が与えられる。仕事 j をエージェント i で処理するのに c_{ij} のコストがかかり、資源 k を a_{ijk} 消費する。さらに、関数 $f: R^2 \rightarrow R$ と、仕事の組 j, j' とエージェントの組 i, i' に対して係数 $u_{jj'}$ と $w_{ii'}$ が与えられ、仕事 j と j' がそれぞれエージェント i と i' に割当てられたとき、コスト $f(u_{jj'}, w_{ii'})$ がかかる。割当 σ においてエージェント i に割当てられる仕事の集合を $J_i^\sigma = \{j \in V \mid \sigma(j) = i\}$ で表すと、問題は以下のように定式化できる：

$$\begin{aligned} \min \text{cost}(\sigma) &= \sum_{j \in J} c_{\sigma(j), j} + \sum_{j, j' \in J} f(u_{jj'}, w_{\sigma(j)\sigma(j')}) \\ \text{s. t. } t_i^B &\leq |J_i^\sigma| \leq t_i^{UB}, \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ijk} \leq b_{ik}, \quad \forall i \in I \text{ and } \forall k \in K. \quad (2)$$

式(1)が仕事数制約、式(2)が資源制約である。本研究では関数 f として主に二次関数 $f(u, w) = uw$ を考え、問題を多資源一般化二次割当問題と呼ぶ。

3. アルゴリズム

本研究で提案するアルゴリズムは、パス再結合法を用いて生成した解を局所探索法で改善するという操作を反復するものである。

局所探索法は、現在の解の近傍内に改善解があればそれに置き換えるという操作を反復するものである。近傍として割当型問題にしばしば用いられるシフト近傍と交換近傍に加え、連鎖シフト近傍という大規模な近傍を組合せて用いる。シフト近傍は1つの仕事の割当を変更することで得られる解集合であり、交換近傍は2つの仕事の割当を入れ替えることで得られる解集合である。また、連鎖シフト近傍は、 $r = 2, 3, \dots, l$ に対して仕事 j_r の割当をエージェント $\sigma(j_{r-1})$ へ、仕事 j_1 の割当をエージェント $\sigma(j_l)$ へと同時に変更することで得られる解集合である。

探索空間は個数制約(1)を満たす解集合である(このような解に探索を限定しても探索空間が連続であることが示せる)。探索解が資源制約(2)を満たさない解についてはペナルティを付加した目的関数

$$pcost(\sigma) = cost(\sigma) + \sum_{k \in K} a_{ik} p_{ik}(J_i^\sigma) \quad (3)$$

によって評価する。ここで、エージェント $i \in I$ 、資源 $k \in K$ および仕事集合 $S \subseteq J$ に対し、

$$p_{ik}(S) = \max \left\{ 0, \sum_{j \in S} a_{ijk} - b_{ik} \right\}$$

である。本研究では、解の評価を効率的に行うためにデータ構造の工夫を行っており、 $s = O(1)$ の場合はいずれの近傍においても解1つあたりの評価時間は $O(1)$ である。パラメータ $a_{ik} (> 0)$ は性能に大きな影響を与えるため適応的に制御する。

表2 一般化二次割当問題に対する実験結果

MA			SSCS			
平均コスト	平均計算時間(秒)	CPU	平均コスト	ATTB(秒)	平均制限時間(秒)	CPU
5596821.5	651.4	Sun 1.2GHz	5596821.5	28.1	54.6	Xeon 3.2GHz

連鎖シフト近傍の探索には近傍生成の様子を表す木構造を用い、これを排除連鎖木と呼ぶ。これは節点が仕事に対応する根付き木で、根から各節点へのパスが1つの連鎖シフトに対応している。すべての仕事を根とする排除連鎖木の全節点を探索すれば近傍全体を探索できるが、時間がかかり現実的ではないため探索する節点を有望と思われるものに制限している。また、連鎖シフト近傍の探索を効果が期待できるときに制限するルールなど種々の工夫を加えて探索の効率化を図っている。

パス再結合法は、2つあるいはそれ以上の解から新たな解を複数生成する方法である。本研究では、2つの解の距離を割当先の異なる仕事数と定義し、2つの解 σ_1 と σ_2 に対して、 σ_1 に σ_2 との距離が小さくなるようなシフト操作の中で $pcost$ が最小のものを繰り返し適用することによって解の列（パスと呼ぶ）を生成する。そして、パス上の解のうち評価値の高いものからいくつかを局所探索の初期解として利用する。

パス再結合のもととなる2つの解はよい解であることが望ましいため、探索中に得られた評価値の良い解を参照解集合として保持しておき、その中から2つを選択する。参照解集合の更新法には探索の集中化と多様化を実現するための工夫を加えている。

4. 計算実験

表1に、ランダムに生成した多資源一般化二次割当問題の問題例に対する4種のアプローチの比較を示す。表中、NIは制約充足問題に対する汎用ソルバ[2]、MLSはランダム多スタート局所探索法、SSは連鎖シフト近傍を用いない散布探索法、SSCSは提案手法を表す。表中の数値は、各アプローチの制限時間を同等に設定し、各アプローチが出力した値を問題タイプごとに平均したものである。SSCSがすべてのタイプの問題例に対して他手法よりもよい結果を得ており、また、SSの結果がMLSよりもよいことが観測できる。

表1 多資源一般化二次割当問題に対する実験結果

問題タイプ	NI	MLS	SS	SSCS
C	51858.7	49578.9	49429.2	49410.0
D	52070.7	48202.3	47354.9	47338.7
E	75730.2	70977.7	70253.7	70249.5

表2は、一般化二次割当問題のベンチマーク問題例[1]に対する計算結果である。MAは[1]のmemetic algorithmによる結果である。表中、CPUは実験に使用された計算機のCPUであり、SSCSのATTBは最良解を発見した時間の平均値である。CPUの性能差を考慮しても、SSCSはMAと同等の解をより短い時間で見つけていることが分かる。

5. まとめ

多資源一般化二次割当問題という新たな問題を考え、メタ戦略アルゴリズムSSCSを提案した。計算実験の結果、パス再結合法と連鎖シフト近傍の有効性と、多くの問題タイプに対してSSCSが既存手法より優れた性能を示すことを確認できた。特に、より特殊な問題に対する専用解法よりも優れた性能が得られたことは大きな成功といえる。

参考文献

- [1] J. Cordeau, M. Gaudioso, G. Laporte and L. Moccia, A memetic heuristic for the generalized quadratic assignment problem, *INFORMS Journal on Computing*, vol. 18, pp. 433-443, 2006.
- [2] K. Nonobe and T. Ibaraki, A tabu search approach to the CSP (constraint satisfaction problem) as a general problem solver, *European Journal of Operational Research*, vol. 106, pp. 599-623, 1998.
- [3] M. Yagiura, S. Iwasaki, T. Ibaraki and F. Glover, A very large-scale neighborhood search algorithm for the multi-resource generalized assignment problem, *Discrete Optimization*, vol. 1, pp. 87-98, 2004.