スポーツのスケジューリング

池辺　淑子

キーワード：スポーツスケジューリング，総当たり戦，グラフ理論

1.　はじめに

昨今，多くのリーグ戦スポーツが盛んに行われている．野球，サッカー，ラグビー，バスケットボール，バレーボール，アイスホッケーなどプロから学生まで多くの大会が催されている．今年はとくにサッカーのワールドカップ（W杯）と野球のワールドベースボールクラシック（WBC）という大きな国際大会が開かれることもあって盛り上がりを見せている．

どのようなスポーツの催しでもその面白さや興行収益を大きく左右するのはスケジュールの善し悪しである．日本代表の優勝が記憶に新しいWBCは，準決勝でぶつかる2チームは3度目の対戦になっていたことをはじめとして，スケジュールにさまざまな問題点があった．一方，歴史が古いサッカーのW杯のスケジュールには予戦リーグにおける最終戦を同時開催にする，チーム間の試合間隔に大きな差がつかないようにする，などチーム間の公平さが保たれる工夫がなされている．

チーム間の公平性の保持や主催者側の興行収益の確保など，さまざまな要求に応えるスケジュールを作成するのは大変なことである．本稿ではリーグ戦スポーツを中心に，スポーツのスケジューリングで取りあげられている問題や用いられる道具について紹介する．

2.　スケジュールとその「良さ」

スポーツ大会の形式には大きくわけて**トーナメント戦**と**リーグ戦**がある．トーナメント形式は全試合数が参加チーム数とほぼ同じで，テニスの4大大会や春夏の高校野球など，短期間で開催される大会で多く採用されている方式である．トーナメント形式においては試合に負けたチームは姿を消すことになるため，スケジュールの最も重要な決定事項は誰と誰を対戦させるかであり，テニスなどは強者が順当に勝ち残りやすいように対戦が組まれている．

一方，リーグ戦形式は総当りが基本であり，サッカーJリーグや大リーグ野球など比較的長期間で争われる場合に採用される方式で各チームがいつ，どこで誰と対戦するかを決定しなければならない．本稿で考えるスポーツスケジューリング問題はNチームからなるリーグ戦を対象とする．各チームは各々**ホーム**と呼ばれる本拠地を持っており，試合を行う際は対戦する2チームのどちらかの本拠地で行う．この試合は本拠地で行う方にとっては**ホームゲーム**(H)，遠征する方にとっては**アウエイゲーム**(A)である．良く知られた**(1重）総当り戦**とは，各チームが他のすべてのチームと1回ずつ対戦する形式で，チーム数Nが偶数の場合，すなわち$N=2n$ならば$(N-1)=(2n-1)$試合日にn試合ずつが行われ，チーム数が奇数，すなわち$N=2n+1$ならば各試合日に試合のないチームが1つあり，$N=(2n+1)$試合日にn試合ずつが行われる．試合日はJリーグで言えば「節」に当るもので，本稿では試合日のことを**スロット**とよぶ．また，**2重総当り戦**とは，各チームが他のすべてのチームと2回ずつ，1回はホームで，1回はアウエイで対戦する形式，一般にm**重総当り戦**は各チームペアがm回ずつ戦う形式である．J1リーグは2重総当り戦を，J2リーグは4重総当り戦をそれぞれ実施している．リーグ戦における**スケジュール**とは各チームが各スロットにおいて，誰とどこで試合をするかを定めた表であり，これを決定することがスポーツスケジューリングの仕事である．表1は$2n=6$チームの総当り戦のスケジュールの例である．表において行がチーム，列がスロットに対応しており，チームiのスロットsにおける対戦相手が並んでいる．

いけべ　よしこ
東京理科大学 工学部経営工学科
〒162-8601 新宿区神楽坂1-3

表1　スケジュール

チーム＼スロット	1	2	3	4	5
1	2	*3	4	*5	6
2	*1	4	*6	3	*5
3	*6	1	5	*2	4
4	5	*2	*1	6	*3
5	*4	6	*3	1	2
6	3	*5	2	*4	*1

(*はアウエイを表す)

表2　タイムテーブルと会場割当表

	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6
2	1	4	6	3	5
3	6	1	5	2	4
4	5	2	1	6	3
5	4	6	3	1	2
6	3	5	2	4	1

タイムテーブル

	1	2	3	4	5
1	H	A	H	A	H
2	A	H	A	H	A
3	A	H	H	A	H
4	H	A	A	H	A
5	A	H	A	H	H
6	H	A	H	A	A

会場割当表

スケジュールの良さを計る指標や満たすべき性質は考えるスポーツによって異なる．例えば，Nemhauser and Trick[6]による有名な事例研究としてアメリカの大学バスケットボールリーグ（ACC）のスケジュールを作成したものがあるが，その中では連続するＨやＡの数に制限を設け，テレビ中継の都合で特定のスロットに特定のカードが組まれることが要求されていた．また，Russell and Leung[11]によるアメリカマイナーリーグ野球のスケジュール作成においては連続するＡの数を制限しつつ，全チームの総移動距離の最小化が図られた．一方，日本のＪリーグの制約は一切公表されていないが，実施されているスケジュールを観察すると，2006年Ｊ1リーグにおいては各チームの開幕直後および閉幕直前の2戦はＨとＡが1つずつでブレイクの数が一定（HH，AAともに2回ずつ）になるように作られている．ここで，**ブレイク**とはＨあるいはＡが連続するスロットのことで，表1において，下線で示されている．テレビ中継による制約も当然あると想像される．

個々の事例を取り上げればきりがないが，多くの場合，チーム間の公平性や運営経費節約，興行収益の確保に関係する制約が設けられている．代表的なものとして

- 各チームに対し，連続するＨおよびＡの数に制限を設ける
- 各チームのブレイクの数の均一化
- 対戦順序の均一化
- 全チームの総移動距離の最小化

がある．なお，対戦順序の均一化とは，例えばチーム1が対戦するチームは常に前スロットでチーム2と対戦した直後である，という事態を避けることをいう．これは，強豪と対戦した直後のチームは力を消耗しているために次に対戦するチームが有利になるという発想に基づいている．

3．スポーツスケジューリング問題いろいろ

前節で見たように，スケジュールに架される制約はさまざまである．ここでは個々の事例から抽出されたいくつかの抽象的問題と主要結果を紹介する．なお，奇数チームの場合は試合のない状態を考慮しなければならないため，チーム数 $N=2n$ の場合に限定し，とくに断わらない限りは（1重）総当り戦を考えるものとする．

また，問題の多くはタイムテーブルあるいは会場割当表に関するものであるが，タイムテーブルと会場割当表とはスケジュールを作る際に補助的に用いられるもので，各チームの各スロットにおける対戦相手を定めた表が**タイムテーブル**（表2左側），各チームの各スロットにおける試合場所（ＨまたはＡ）を定めたものが**会場割当表**（表2右側）である．明らかなように，スケジュール＝タイムテーブル＋会場割当表であり，一方を与えてからそれに整合するようにもう一方を決めることが多い．ここで，タイムテーブルと会場割当表が**整合する**というのは各スロットにおいて，タイムテーブルで対戦する2チームの会場割当は一方がＨ，もう一方がＡを満たすことをいう．後にまた触れるが，タイムテーブルを与えて整合する会場割当表を1つ作ることは簡単である（各対戦において一方をＨ，他方をＡとすれば良い）が，会場割当表を与えて整合するタイムテーブルを作ることはたやすくないという非対称性がある．

タイムテーブル完成問題

入力：部分的に対戦が定められた $2n$ チームのタイムテーブル

出力：空き部分に対戦を補ってタイムテーブルが完成可能かを判定し，可能ならば1つ求める

表3は部分的なタイムテーブルの例である（完成不可能）．この問題はNP-完全であることが知られてい

る．また，完成不可能なテーブルに関する研究もされている[9]．

対戦順序均一タイムテーブル作成問題

入力：チーム数 $2n$

出力：carryover 最小タイムテーブル

ここで carryover とは対戦順序の均一度を計る指標であり，厳密には定義しないが，チーム i がチーム j の直後に対戦する回数を数えたものである．この問題については，チーム数 $2n$ が 2 の累乗のときには「完全にバランスされた」タイムテーブルが存在することが知られているがそれ以外の場合についてはよく分かっていない[10]．

会場割当問題

入力：$2n$ チームのタイムテーブルおよび各本拠地間の距離

出力：全チームの総移動距離またはブレイク数を最小化する会場割当表

移動距離を計算する際，各チームはリーグ戦開始前と終了後は本拠地にいるものとする．この問題については，[12]の方法が実験的に精度が良いことが知られている．なお，ブレイク数について，1 チームに注目した場合の会場割当でブレイクのないものは HAH…H と AHA…A だけであり，2 チーム以上が同一の会場割当をされることがない（同一の会場割当をされるとその 2 チームは対戦できない）ので最小値は $2n-2$ 以上である．その最小値 $2n-2$ が達成可能な場合については効率よく解けることが知られている[8]が，その他の場合については NP-完全と予想されつつもまだわかっていない．

整合タイムテーブル作成問題

入力：$2n$ チームの会場割当表

出力：整合するタイムテーブル

この問題については，1980 年代に de Werra による結果（[3]など）が多数ある．計算量的に NP-完全との予想がありながら証明には至っていない．また，与えられた会場割当表のブレイク数が $2n-2$ の場合，

表 3　部分的なタイムテーブル

	1	2	3	4	5
1	3		4		5
2	5		3		4
3	1		2		6
4	6		1		2
5	2		6		1
6	4		5		3

整合するタイムテーブルが存在する必要条件は分かっており[7]，それが $2n=64$ までは十分条件であることも知られているがその先に関する証明はやはりついていない．

巡回トーナメント問題

入力：$2n$ チームの各本拠地間の距離，正整数 U

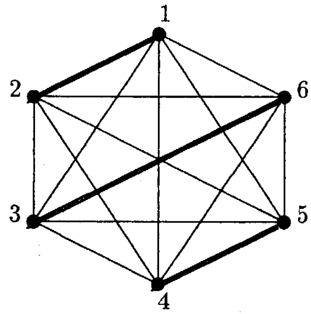
出力：各チームの連続する H および A の数が U 以下であるような 2 重総当り戦スケジュールの中で全チームの総移動距離を最小にするもの

現在，最もよく研究されている問題の 1 つで，チーム数が少なくても大変難しい問題である．現在，連続する H および A の数の上限 U を $U=3$ と設定し，アメリカの NFL など，さまざまな距離データを用いた計算チャレンジが行われている[2]．

4. 使われる道具

スポーツスケジューリングにおける主な道具は整数計画，制約計画，そしてグラフであると言えよう．紙面の都合で 1 つの例として整合タイムテーブル作成問題のリスト辺彩色問題としての定式化を簡単に紹介することにし，他については文献として[4, 5]を挙げておくことでお許し願う．

整合タイムテーブル作成問題　$2n$ チームの総当り戦において，$2n$ 頂点完全グラフを作り，頂点にチームを対応させれば辺は対戦に対応するようになる．そして，1 つのスロットに注目すれば，そのスロットに組まれる対戦は完全マッチングを形成する（図 1）．したがって，タイムテーブルを作るには，各スロットに対して「色」を 1 つ作り，1 つの頂点に同じ色の辺が 2 つ以上接続しないように，辺を彩色すれば良い．**リスト辺彩色問題**とはグラフの辺彩色問題の 1 つでグラフの各辺に対し，その辺に塗ることが許されている色のリストが与えられた下で，各頂点に同じ色の辺が 2 つ以上接続することなく，各辺をリストに含まれている色で彩色できるかを判定する問題である．



	1	2	3	4	5
1	**2**	3	4	5	6
2	**1**	4	6	3	5
3	**6**	1	5	2	4
4	**5**	2	1	6	3
5	**4**	6	3	1	2
6	**3**	5	2	4	1

図 1　完全グラフとタイムテーブル

	1	2	3	4	5
1	H	A	H	A	H
2	A	H	A	H	A
3	A	H	<u>H</u>	A	H
4	H	A	<u>A</u>	H	A
5	A	H	A	H	<u>H</u>
6	H	A	H	A	<u>A</u>

$\ell(1,2) = \{1,2,3,4,5\}$
$\ell(1,3) = \{1,2\}$
$\ell(1,4) = \{3,4,5\}$
$\ell(1,5) = \{1,2,3,4\}$
$\vdots$
$\ell(5,6) = \{1,2,3,4,5\}$

図2　会場割当表と辺リスト

会場割当表を与えて整合するタイムテーブルを作成する場合，辺(i,j)に与えることができる色はチームiとチームjの一方がH，他方がAであるようなスロットに対応するものだけである．したがって，(i,j)の色リスト$l(i,j)$をそのようなスロットの集合と定義すれば，タイムテーブル作成問題はリスト辺彩色問題に帰着できる（図2）．リスト辺彩色問題に対してはグラフの向き付け可能性に基づいた十分条件（[1]）が知られている他にさまざまな結果があり，これらを利用することでタイムテーブル作成問題の手がかりを得ることが期待される．

5.　おわりに

本稿では背景や問題を中心にスポーツスケジューリングについて簡単に紹介してきた．理論から実務，大規模計算など，さまざまな切り口から研究されているエキサイティングな分野であることがお分かり頂けたと思う．あまり手法には深入りしなかったが，少数ながら挙げた文献を参照いただければ幸いである．

参考文献

[1] N. Alon and M. Tarsi, "Colorings and orientations of graphs," *Combinatorica*, 12 (1992), 125-134.

[2] Challenge traveling tournament home page http://mat.tepper.cmu.edu/TOURN (2006年5月現在).

[3] D. de Werra, "Some models of graphs for scheduling sports competitions," *Disc. Appl. Math.*, 21 (1988), 47-65.

[4] K. Easton, G. Nemhauser and M. Trick, "Solving the traveling tournament problem: a combined integer programming and constraint programming approach" in Practice and theory of automated timetabling IV, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, Berlin, 2740 (2003), 100-109.

[5] M. Henz, T. Müller and S. Thiel, "Global constraints for round robin scheduling," *European Journal of Operational Research*, 153 (2004), 99-101.

[6] G. Nemhauser and M. Trick, "Scheduling a major college basketball conference," *Operations Research*, 46 (1998) 1-8.

[7] R. Miyashiro, H. Iwasaki and T. Matsui, "Characterizing feasible pattern sets with a minimum number of breaks" in Practice and theory of automated timetabling IV, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, Berlin, 2740 (2003), 78-99.

[8] R. Miyashiro and T. Matsui, "A polynomial-time algorithm to find an equitable home-away assignment," *Oper. Res. Lett*, 33 (2005), 235-241.

[9] A. Rosa and W. Wallis, "Premature sets of 1-factors or how not to schedule round robin tournaments," *Disc. Appl. Math.*, 4 (1982), 291-297.

[10] K. Russell, "Balancing carryover effects in round robin tournaments," *Biometrika*, 67 (1980), 127-131.

[11] R. Russell and M. Leung, "Devising a cost effective schedule for a baseball league," *Oper. Res.*, 42 (1994), 614-625.

[12] A. Suzuka, R. Miyashiro, T. Matsui and Y. Yoshise, "Dependent randomized rounding to the home-away assignment problem in sports scheduling," *IEICE Trans. Fundamentals*, E 89-A (2006).