# ハンドボールへのマルコフモデルの適用

上田　徹，佐藤　啓，廣津　信義

本稿では，ハンドボールのゲームにマルコフモデルを適用した試みについて述べる．モデル化あたっては，主なプレーを状態として定義し，日本ハンドボールリーグなどの実データにもとづいて，期待得点や期待得点差などを計算した．モデルの簡易化・詳細化や，弾性値を用いたプレーの得点への影響の評価なども試みた．

キーワード：スポーツ，ハンドボール，マルコフ連鎖，マルコフモデル

## 1. はじめに

ハンドボールは，コートプレイヤー6人とゴールキーパー1人の計7人からなるチーム同士で，バスケットボールのようにボールを手でパスないしはドリブルをして相手の陣地へと攻めこんでいき，サッカーのようにゴールキーパーが守っているゴールに向かって，ボールを投じる（シュートする）という競技である．プレー中に選手同士が激しく接触するため球技の中の格闘技とも呼ばれる．五輪種目にも採用されているが，特に発祥地であるドイツやデンマークなどヨーロッパでは人気の高いスポーツである．

得点については，サッカーと同様にゴール毎に1点加算され，前後半各30分の計60分からなる試合時間で得点数の多い方が勝者となる．ちなみに，日本を代表する2リーグ（日本ハンドボールリーグ1部と関東学生ハンドボールリーグ1部）では，1試合での得点数は平均で約25点，得点差は約5点である．

野球やサッカーなどについては，モデリングに関する研究が多くなされているが[e.g.1—3]，ハンドボールに関するものは体育学的な文献が主であり[e.g.4，5]，シュートやミスなどに関する統計的な調査[e.g.6]やシミュレーションソフトの開発事例[7]などがいくつか公表されている程度である．

本研究では，ハンドボールの試合をモデル化するために，様々なマルコフモデルを適用し，これらの期待得点と実試合の結果とを比較することでモデルを評価してみた．また，モデルを簡易化・詳細化することによりどの程度の違いがあるか検討すると共に，各プレーの得点に対する影響を，弾性値を用いて分析してみた．ハンドボールについては，ゲームのモデリングの試みが緒についたばかりであり，研究としてはまだまだこれからといえるが，具体的なモデルと検討結果を例示したので，モデリングに当たっての今後の研究のための参考事例となれば幸いである．

うえだ　とおる，さとう　あきら
成蹊大学 工学研究科
〒180-8633 武蔵野市吉祥寺喜多町3-3-1
ひろつ　のぶよし
国立スポーツ科学センター
〒115-0056 北区西が丘3-15-1

## 2. ハンドボールにおける状態と推移

野球では，プレーをヒットやアウトなどの個々の打席毎に区切ることができるので，マルコフ連鎖を用いたモデル化でその状態や推移を定義しやすいが，ハンドボールではプレーが連続しており，その区切り方に工夫を要する．また，ある確率でチームが単に得点していくというように得点推移だけをモデル化したのでは，個々のプレーが得点に与える影響などを考察することができず，戦術面での提言などが難しくなる．そこで，今回はサッカーやバスケットボールのマルコフモデル[8，9]を参考にして，著者（佐藤）の経験をもとに，ハンドボール特有の一連のプレーの流れのモデル化を行った．

まず，主なプレーとして以下の6つを取り上げ，これらを自チームと相手チームそれぞれについて考慮することで，状態を定義した．

① 通常パス…相手の様子をうかがうパス
② 攻めパス…ゴールを狙う過程のパス
③ ボールデッド…攻めを中断させる敵のファウル
④ ミス…シュートにいかない前のミス
⑤ シュート成功…シュートが成功する
⑥ シュート失敗…シュートが失敗する

これらの状態は，フィールドプレーヤー間でボール

回し（通常パス）をしながら様子を見て，機を捕らえて相手チームの防御に食い込むパスをしていき（攻めパス），最終的にシュートに到るという流れで繋がっている．このようなプレー間の推移は，次節にて説明するように実際の試合を観察することで推移確率を推定し，これらの確率を要素とする推移確率行列にて表現した．

## 3. データ

今回の検討に用いたデータは，著者（佐藤）が所属していたHC東京の2002～2003年度（第27・28回）日本ハンドボールリーグにおける10試合分のデータ（以下「社会人データ」と記す）と監督を務めた成蹊大学ハンドボール部の関東学生ハンドボールリーグ2004年度男子3部における5試合分のデータ（以下「学生データ」と記す）をもとに取得した．

取得作業としては，チームで試合の戦術研究用に撮影したビデオ映像を観察しながらプレーの推移をカウントしていき，データシート上に記録していった（図1）．詳細な説明は割愛するが，各行がサッカーでのキックオフにあたるパスオフからシュート（ないしはボール損失）までの一連の流れを表しており，ボールを持った選手を背番号で順に表記している．

このようなデータをもとに，各プレー間の推移の頻度を求め，推移確率を推定した．

## 4. 前・後半での推移確率の定常性

上記のようにして求めた推移確率は，試合中のデータを積算することで導出したものであるが，実際の推移確率は選手の疲労などで経時的な変化を受けると考えられる．そこで各モデルを考察する前に推移確率の定常性について検討してみた．データ数の関係から，細かい時間区分で推移確率に変化があるかを検定することは難しいので，試合の前半と後半で推移確率に差があるか $\chi^2$ 検定を用いて検討した．$\chi^2$ 値は，

$$\chi^2=\sum_{i,j}(A1_{ij}-A2_{ij})^2/A2_{ij} \qquad (1)$$

$i, j$：状態（各チーム6状態の内のいずれかに相当）

$A1_{ij}$：前半（または後半）における状態 $i$ から状態 $j$ への推移の度数

$A2_{ij}$：後半（または前半）における状態 $i$ から状態 $j$ への推移の度数

で計算した．成蹊大と他大学の試合について $\chi^2$ 値を計算した結果を表1に示す．なお，(1)式で $A2_{ij}$ を「後半における推移の度数」として計算した値を「後半を基準値」の欄に示している．参考までに実際の前半・後半での得点を併記している．

表1より，成蹊大VS拓殖大の試合以外は，前後半のプレーの推移の度数に有意な差，すなわち，前後半でプレーの推移確率に違いがあったと考えられる．そこで次節以降の具体的なモデルの検討では「前半」，「後半」，さらに前後半をまとめた「全体」と3つの場合に分け，各々の推移確率を用いて計算を行った．

なお，参考までに対戦相手の違いにより，プレー間の推移に違いが出るかどうかも検定してみたが，当然ではあるかもしれないが，全ての試合でプレーの推移の度数について対戦相手による有意な違いが見られた．

## 5. 定常確率の計算モデル

ハンドボールでは，シュート成功の後は，相手チームのパスオフから次の一連のプレーが再開されることから，まずはプレーの流れをエルゴード的なマルコフ連鎖と考えてモデル化してみた．すなわち，図2に示すように自チームと相手チームのプレーの推移を既約なマルコフ連鎖として表現したモデルである（以下「定常確率モデル」と記す）．

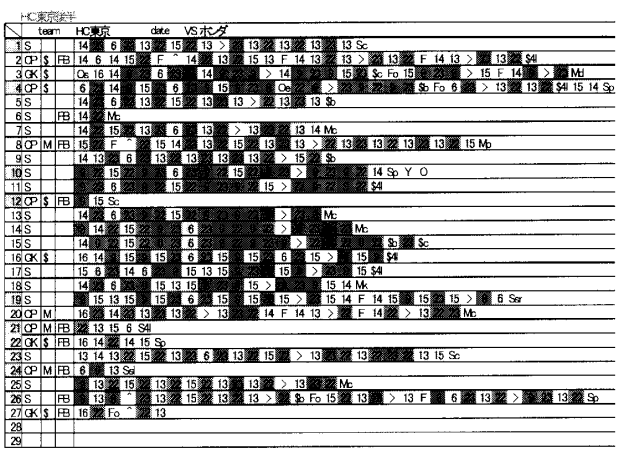

図1　分析のためのデータシートの一例

表1　各試合の $\chi^2$ 値と実際の得点

| | $\chi^2$値 | | 実際の得点 | |
|---|---|---|---|---|
| | 後半を基準値 | 前半を基準値 | 前半 | 後半 |
| 成蹊大 VS 拓殖大 | 32.5 | 33.3 | 9-10 | 8-11 |
| 成蹊大 VS 明学大 | 128.6** | 164.7** | 9-7 | 13-10 |
| 成蹊大 VS 専修大 | 286.2** | 346.8** | 24-6 | 18-16 |
| 成蹊大 VS 北里大 | 76.5** | 85.4** | 15-13 | 10-16 |
| 成蹊大 VS 東京大 | 274.1** | 230.5** | 4-9 | 9-15 |

**…1%で有意

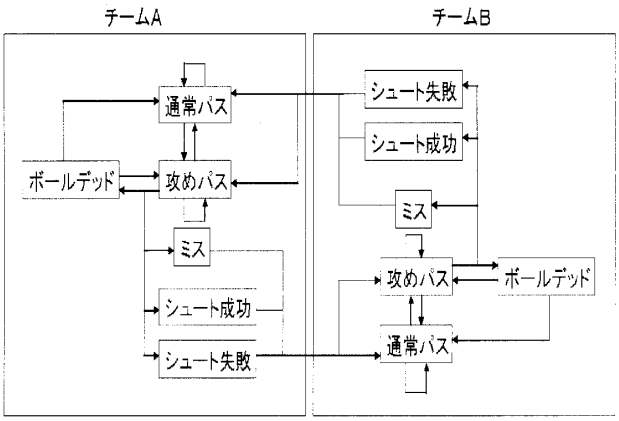


図2　定常確率モデルの状態推移図

このモデルを用いると，定常確率を容易に計算することができる．すなわち，推移確率行列Pの固有値1に対応する固有ベクトル $x^tP=x^t$ を満たすような要素和1のベクトル $x$ を求めればよい．例えば，HC東京と大崎電気との対戦の，定常確率を求めると以下のようになった．

$$x(n)=\begin{pmatrix} \text{通常パス} & 0.246 \\ \text{攻めパス} & 0.278 \\ \text{デッド} & 0.015 \\ \text{ミス} & 0.011 \\ \text{成功} & 0.010 \\ \text{失敗} & 0.020 \\ \text{通常パス} & 0.179 \\ \text{攻めパス} & 0.190 \\ \text{デッド} & 0.015 \\ \text{ミス} & 0.011 \\ \text{成功} & 0.018 \\ \text{失敗} & 0.008 \end{pmatrix} \tag{2}$$

この例からもわかるように，当然ながら多くの割合を「通常パス」が占めている．また「シュート成功」の割合が高いほど多く得点していると考えられる．そこで，チームの期待得点を，「シュート成功」の定常確率に試合での実ステップ数を乗じることで推定してみた．例えば，この試合は1,624ステップで終了しているので，

東京の期待得点＝0.010×1,624(ステップ)＝16.2

大崎の期待得点＝0.018×1,624(ステップ)＝29.2

というように各チームごとに期待得点を推定する．この場合，16.2対29.2で大崎電気が勝つことが期待できる．このようにして，社会人データならびに学生データをもとに期待得点を計算した結果をそれぞれ表2，3に示す．参考までに実得点も併記している．なお，

表2　定常確率モデルでの計算結果（社会人データ）

| | | HC東京 | | 対戦相手 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 実得点 | 期待得点 | 実得点 | 期待得点 |
| vs 大崎電気1 | 前半 | 7 | 7.2 | 13 | 13.1 |
| | 後半 | 9 | 9.2 | 16 | 16.1 |
| | 全体 | 16 | 16.2 | 29 | 29.2 |
| vs 大同特殊鋼1 | 前半 | 10 | 10.4 | 16 | 16.1 |
| | 後半 | 4 | 4.0 | 10 | 9.8 |
| | 全体 | 14 | 14.2 | 26 | 26.2 |
| vs 大同特殊鋼2 | 前半 | 4 | 4.0 | 13 | 13.1 |
| | 後半 | 6 | 6.3 | 15 | 15.2 |
| | 全体 | 10 | 10.2 | 28 | 27.8 |
| vs トヨタ車体1 | 前半 | 12 | 11.8 | 12 | 12.3 |
| | 後半 | 7 | 7.0 | 8 | 7.9 |
| | 全体 | 19 | 19.1 | 20 | 20.1 |
| vs トヨタ車体2 | 前半 | 8 | 8.2 | 15 | 15.4 |
| | 後半 | 6 | 6.1 | 17 | 17.2 |
| | 全体 | 14 | 14.1 | 32 | 32.3 |
| vs トヨタ車体3 | 前半 | 5 | 5.0 | 14 | 14.0 |
| | 後半 | 4 | 4.1 | 12 | 12.3 |
| | 全体 | 9 | 8.8 | 26 | 26.4 |
| vs ホンダ1 | 前半 | 12 | 11.7 | 13 | 12.7 |
| | 後半 | 8 | 8.0 | 20 | 19.8 |
| | 全体 | 20 | 19.8 | 33 | 33.4 |
| vs ホンダ2 | 前半 | 10 | 10.1 | 17 | 17.2 |
| | 後半 | 14 | 14.2 | 17 | 16.6 |
| | 全体 | 24 | 24.5 | 34 | 33.1 |
| vs ホンダ3 | 前半 | 3 | 3.1 | 12 | 11.5 |
| | 後半 | 10 | 10.0 | 16 | 16.3 |
| | 全体 | 13 | 13.1 | 28 | 27.5 |
| vs ホンダ4 | 前半 | 8 | 8.1 | 15 | 15.4 |
| | 後半 | 8 | 7.8 | 16 | 16.2 |
| | 全体 | 16 | 16.0 | 31 | 31.0 |

表3　定常確率モデルでの計算結果（学生データ）

| | | 成蹊大 | | 対戦相手 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 実得点 | 期待得点 | 実得点 | 期待得点 |
| vs 拓殖大 | 前半 | 9 | 9.1 | 10 | 9.8 |
| | 後半 | 8 | 7.9 | 11 | 12.3 |
| | 全体 | 17 | 17.0 | 21 | 22.0 |
| vs 明学大 | 前半 | 9 | 9.0 | 7 | 7.2 |
| | 後半 | 13 | 12.6 | 10 | 10.1 |
| | 全体 | 22 | 21.7 | 17 | 17.3 |
| vs 専修大 | 前半 | 24 | 24.1 | 6 | 6.0 |
| | 後半 | 18 | 18.1 | 16 | 16.2 |
| | 全体 | 42 | 42.3 | 22 | 22.1 |
| vs 北里大 | 前半 | 15 | 15.1 | 13 | 13.3 |
| | 後半 | 10 | 10.1 | 16 | 15.7 |
| | 全体 | 25 | 25.1 | 29 | 29.0 |
| vs 東京大 | 前半 | 4 | 4.0 | 9 | 9.0 |
| | 後半 | 9 | 9.1 | 15 | 14.1 |
| | 全体 | 13 | 13.0 | 24 | 23.0 |

社会人ではHC東京が同じ相手と複数回対戦しているので試合順に番号付けして区別している．

上表に示したように，実得点と期待得点はよく一致しており，単純マルコフ連鎖のモデルであるが，試合結果がよく再現できているようである．

## 6.　得点差の計算モデル

上記モデルでは，期待得点値を算出したが，得点差を状態に含めることで得点差を計算するモデル（以下「得点差モデル」と記す）も考えることができる．こ

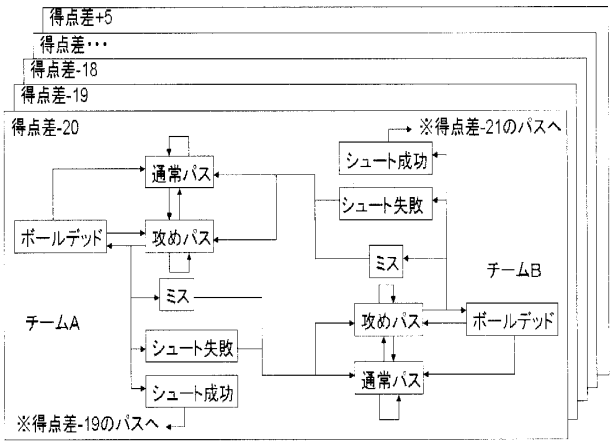


図3　得点差モデルの状態推移図

れにより得点差に応じて推移確率を変えた設定ができるなど，より複雑なモデルにすることが可能となる．

得点差を状態に加えることで，「シュート成功」後は，得点差が1点加算された別状態での相手チームのパスオフから次のプレーが再開されるので，状態推移図は図3のようになる．今回は，実際の試合の結果から，得点差としては−20点〜+5点（26状態）の範囲で考えた．

このとき推移確率行列Pは312(=12×26)×312の正方行列となる．期待得点差は下式により計算することができる．

$$E(\text{期待得点差})=\sum_{j=5}^{-20}\sum_{i=0}^{11} j\times x(n)_{i+(5-j)\times 12} \qquad (3)$$

$x(n)^t=x(0)^tP^n=x(n-1)^tP$

$x(0)$：初期状態ベクトル

(312状態＝基本6状態×2チーム×26点)

$x(0)_i=0$　($i\neq 60$ または，66)

$\quad\;\;=1$　($i-60$ または，66)

$x(n)$：$n$ ステップ後の状態ベクトル

社会人データならびに学生データを基に期待得点差を計算した結果をそれぞれ表4，5に示す．得点差が正のときHC東京ないしは成蹊大学が勝っていることになる．

## 7.　考察

### 7.1　各モデルにおける絶対誤差

表2〜5に示したように，両モデルで計算した期待得点値と実得点は極めて近く，推移の頻度のデータから実得点が，単純マルコフ連鎖でよく再現できていると言える．

表6は両モデルでの絶対誤差の平均値を表したものである．この結果から期待得点値や期待得点差などの点で両モデルとも誤差は1点に満たないものであった．

なお，表6で得た絶対誤差は下式で計算している．

$$\text{絶対誤差}=\sum_{i=1}^{n}|E_i-A_i|/n \qquad (4)$$

$E$：期待値

$A$：実測値

$n$：試合数

表4　得点差モデルでの計算結果（社会人データ）

| 対戦相手 | | 実得点差 | 期待得点差 |
|---|---|---|---|
| vs 大崎電気1 | 前半 | −6 | −6.4 |
| | 後半 | −7 | −6.6 |
| | 全体 | −13 | −12.8 |
| vs 大同特殊鋼1 | 前半 | −6 | −5.4 |
| | 後半 | −6 | −6.0 |
| | 全体 | −12 | −11.5 |
| vs 大同特殊鋼2 | 前半 | −9 | −8.8 |
| | 後半 | −9 | −8.8 |
| | 全体 | −18 | −16.6 |
| vs トヨタ車体1 | 前半 | 0 | −0.2 |
| | 後半 | −1 | −1.4 |
| | 全体 | −1 | −2.0 |
| vs トヨタ車体2 | 前半 | −7 | −6.7 |
| | 後半 | −11 | −11.4 |
| | 全体 | −18 | −16.8 |
| vs トヨタ車体3 | 前半 | −9 | −8.5 |
| | 後半 | −8 | −7.9 |
| | 全体 | −17 | −15.9 |
| vs ホンダ1 | 前半 | −1 | −1.3 |
| | 後半 | −12 | −11.6 |
| | 全体 | −13 | −12.6 |
| vs ホンダ2 | 前半 | −7 | −7.3 |
| | 後半 | −3 | −2.4 |
| | 全体 | −10 | −9.5 |
| vs ホンダ3 | 前半 | −9 | −9.0 |
| | 後半 | −6 | −5.3 |
| | 全体 | −15 | −14.3 |
| vs ホンダ4 | 前半 | −7 | −6.8 |
| | 後半 | −8 | −7.8 |
| | 全体 | −15 | −14.3 |

表5　得点差モデルでの計算結果（学生データ）

| 対戦相手 | | 実得点差 | 期待得点差 |
|---|---|---|---|
| vs 拓殖大 | 前半 | −1 | −0.7 |
| | 後半 | −3 | −4.2 |
| | 全体 | −4 | −5.0 |
| vs 明学大 | 前半 | 2 | 1.7 |
| | 後半 | 3 | 2.3 |
| | 全体 | 5 | 4.4 |
| vs 専修大 | 前半 | 18 | 16.9 |
| | 後半 | 2 | 2.3 |
| | 全体 | 20 | 17.2 |
| vs 北里大 | 前半 | 2 | 1.1 |
| | 後半 | −6 | −5.5 |
| | 全体 | −4 | −4.2 |
| vs 東京大 | 前半 | −5 | −4.9 |
| | 後半 | −6 | −4.6 |
| | 全体 | −11 | −9.7 |

表6　各モデルにおける絶対誤差

| モデル | 定常確率のモデル | | 得点差のモデル | |
|---|---|---|---|---|
| | 社会人 | 学生 | 社会人 | 学生 |
| 絶対誤差 | 0.21 | 0.26 | 0.28 | 0.30 |

### 7.2 得点差モデルの簡易化

今回，著者（佐藤）の経験をもとに第2節に示したように6状態を選定してモデル化したが，モデルの細かさによる影響を確認するために，得点差モデルについて簡易化を行ってみた．すなわち，6状態の中で直接には得点やボール保持の移行につながりにくい「通常パス」と「ボールデッド」の2つを省略して期待得点差を求めてみた．

簡易化による利点として，推移確率行列が208(=8×26)×208の正方行列と小さくなると共に，「通常パス」を省略することにより1試合のステップ数が約1,400～1,600ステップから240～270ステップの約1/6に減少するので，データ取得や取扱いに関して分析者の負担の軽減を挙げることができる．

今回，簡易化による期待得点差への影響は，表7に示すように，簡易化前後で期待得点差の絶対誤差についてはあまり変化はなかった．

### 7.3 弾性値を用いた分析

次いで，弾性値を用いることにより各プレーが全体に占める割合の変化が得点差にどの程度の影響を及ぼすかを分析してみた．なお，弾性値は下式にて定義される．

$$\text{弾性値}=\text{期待得点差の変化率}/\text{状態確率の変化率} \tag{5}$$

例えば，ある試合でシュート確率0.04（期待得点差は14.08）を0.005増やした（期待得点差は1.36小さくなる）ときの弾性値は，

$$\text{弾性値}=\frac{1.36/14.08}{0.005/0.04}=0.77$$

となる．定常確率モデルを用い，各試合での推移確率を変化させて求めた弾性値を図5に示す．ただし，図5では横軸に社会人データの10試合を実得点差順に並べており，各試合に関する各プレーの弾性値を縦軸にとってプロットしている．

図5から，「シュート成功」と「ミス」の弾性値が高く，「ボールデッド」の弾性値は低いことがわかる．なお，「ミス」の中でも「通常パスからのミス」だけに注目して弾性値を求めてみたところ，同図に示したように低いことがわかった．このことが，「ボールデッド」と「通常パス」は省略してモデルの簡易化をしてもあまり影響がないことの理由になっていると思われる．

### 7.4 選手に着目することでのモデルの詳細化

上記の簡易化と逆に，選手の違いをも状態に含めるという形でモデルを詳細にした場合についても検討した．すなわち，状態としては，「通常パス」，「シュート成功」の2状態については選手の違いは考慮せず，「攻めパス」についてボールを保持している選手を状態として考えて，パスによる選手間のボールの移行を状態推移として考えた．このモデルの状態推移図を図6に示す．ただし，図が複雑になりすぎるため，「ミス」「ボールデッド」「シュート失敗」は図6では表記

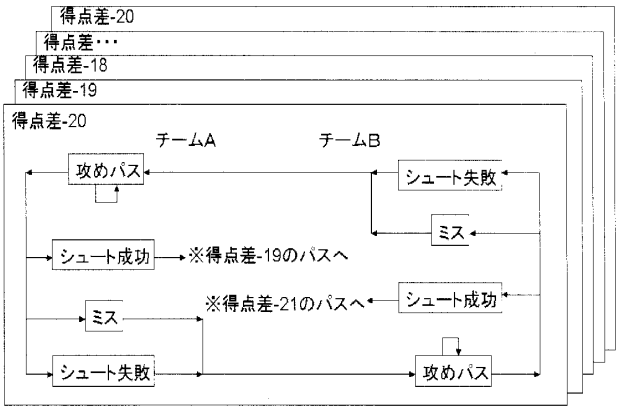


図4 簡易化後の状態遷移図

表7 簡易化前後における期待得点差の絶対誤差

| | 簡易化前 | | 簡易化後 |
|---|---|---|---|
| 学生 | 0.32 | ⇒ | 0.42 |
| 社会人 | 0.28 | | 0.23 |
| 全体 | 0.30 | | 0.33 |

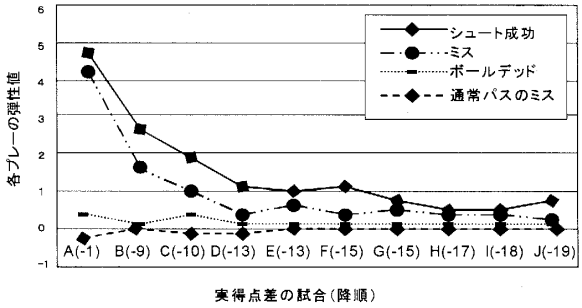


図5 各プレーの弾性値

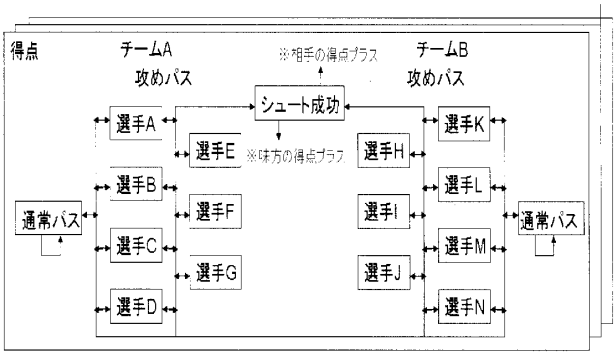


図6 選手に着目したモデルの状態推移図（一部）

表8　選手を考慮したモデルにおける絶対誤差

| モデル | 選手を考慮したモデル | |
|---|---|---|
| | 社会人 | 学生 |
| 絶対誤差 | 0.24 | 0.29 |

していない．

このモデルを用いて計算した期待得点差と実得点差の絶対誤差の平均値を表8に示す．この結果から選手の違いを考慮することでモデルを詳細化しても実得点差と期待得点差は特に変わらなかった．

なお，表6と表8に示した一連の絶対誤差の値から学生に比べて社会人の試合の方がよりモデルに当てはまっているようである．これは，学生は難しい場面でも強引に得点を取りにいく傾向があるのに対し，社会人は組織的な連携を重視し，無理のないプレーでゴールを狙っていくというスタイルの違いと関係があるのかもしれない．

## 8.　その他のモデル

例えば，得点差モデルにおいて，図3・図6の相手チーム分の状態を「相手ボール」という1状態にまとめ，相手チームのシュート成功による得点差の減少を外すことで，自チームの得点の積算のみを独立して計算することができる．このようにすると得点の積算に応じて推移確率を変えて設定することが可能となる．今回これらのモデルでの検討も同様に行ったが，得点差のモデルとほぼ同様の結果が得られたことのみを記す．

また，ハンドボールでは特に回数が制限されていない選手交代を戦術として考えたり，反則で選手が退場して7人よりも少ない状態で戦う場合なども考慮したモデルもマルコフ決定過程を利用して作ることができるが，データ数などの関係から今回は十分な検討には至らなかった．

## 9.　おわりに

以上，ハンドボールのゲームへのマルコフモデルの適用の試みについて述べた．検討の結果，推移確率をプレーの推移の頻度から推定して，単純マルコフ連鎖のモデルで期待得点を計算したが，モデルの細かさにはあまりかかわらずに，当初予想していたよりも推移のデータから実得点がよく再現できることがわかった．

今後は，このような知見をもとに，データを効率よく取得できかつ現場で有用なモデルを提案していきたいと考えている．また，戦術の検討や推移確率の予測などへ展開できればと考えている．

### 参考文献


[1] J. Bennett (ed.) : "Statistics in sport," Arnold, 1998.

[2] S. Butenko, J. Gil-Lafuente & P. M. Pardalos (eds.) : "Economics, Management, and Optimization in Sports," Springer-Verlag, 2004.

[3] IMA Journal of Management Mathematics, 16 (No. 2, "OR in Sport" special issue), Oxford Press, 2005.

[4] 波多野義郎・服部豊示：「ハンドボールにおけるプロンジョンシュートの研究」，体育学研究，20 (1976)，213-220.

[5] 田中守・Lars Bojsen Michalsik・Jens Bangsbo：「デンマークにおける一流ハンドボール選手の公式ゲーム中の活動特性」，スポーツ方法学研究，15 (2002)，61-73.

[6] 財団法人日本体育協会：「ハンドボールにおけるゲーム分析―大学生の攻撃活動について―」，昭和62年度財団法人日本体育協会スポーツ科学研究報告集，No. II競技別競技力向上に関する研究，(1988)，15-22.

[7] 清水宣雄：「ハンドボールにおけるゲーム・シュミレーション・プログラムの試み」，Japanese Journal of Sports Sciences, 9 (1990), 295-298.

[8] N. Hirotsu and M. Wright : "An evaluation of characteristics of teams in association football using a Markov process model," The Statistician, 52 (2003), 591-602.

[9] L. E. Sadovskii and A. L. Sadovskii : "Mathematics and sports," Mathematical World, Vol. 3, American Mathematical Society, 1993.