

農業経営における数理計画問題

伊藤 健

工業や情報産業同様、農業もORによる効率化を必要とする分野であり、農業経営の効率化、生産性の向上を目的とした数理計画問題が存在する。本稿では線形計画問題として定式化される作付計画問題の基本モデルを紹介するとともに、不確実・不確定要素を含む場合について、確率計画およびフレキシブル計画の概念による拡張可能性について議論する。また、農業経営におけるその他の計画問題に関して、著者らの取り組む課題に言及する。

キーワード：作付計画問題，線形計画問題，確率計画法

1. はじめに

昨年4月に大阪から仙台郊外の賃貸マンションに引っ越したが、1階であったため大きな庭が付いていた。大阪でこれだけの物件を借りると家賃はかなりのものになるが、私の借りた物件は他の物件の賃料と変わりなく、まさに「おまけ」の庭であった。遊ばしておくのも勿体無いので、地面を耕し、畝を何本か造り、何種類かの野菜の種を蒔くと、夏には庭がジャングルのようになり、茄子、きゅうり、トマトが大量に収穫でき、冬には白菜、野沢菜、蕪といったように家庭菜園を楽しむことができた。アブラムシ、青虫といった害虫や病気と戦う苦労はあったが、休日に世話をする程度の気楽なものである。しかし、これが生計基盤だとすると話は別であろう。

日本の農業は、工業や情報産業に労働力が流れるなど、その将来は必ずしも明るいものではない。食料自給率についても改善が望まれており、効率的な農業経営が必要とされているが、基本的に家族経営が中心の我が国においては、依然として「3ちゃん農業」，「どんぶり勘定」的な経営が多く、生産性の向上が求められている。

経営の効率化となればORの出番であるが、一口に効率化と言っても様々な分野がある。農業機械の選定や資源の遣り繰り、栽培を行う作物の種類や栽培面積の決定、あるいは農場毎の経営計画なのか、地域単位の計画なのか、というように多くの課題が存在するが[1]，本稿では、営農者が保有する農地を、どのように複数作物の栽培に割り当てるかを議論する作付計画

問題を中心に紹介する。

2節では作付計画問題の基本モデルを紹介し、3節では不確実・不確定要素が含まれる作付計画モデルのバリエーションについて議論し、4節では筆者らが取り組んでいる他の計画問題を紹介する。

2. 作付計画問題

農業経営における主たる収入源は栽培した農作物の売上代金であり、経営者は当然その額を最大化したい。収穫された農作物は、作物の種類によって市場での買い取り価格が異なるため、単位面積での収量に対する利益も異なる。そのため、経営者が所有する農地に「どの作物を、どれだけの面積に作付けするか」を考える際、各作物を栽培した場合の単位面積あたり利益がいくらかであるかという情報が必要になる。これを利益係数と呼ぶ。

栽培可能な作物が n 種類あり、それらの栽培面積を x_i ，利益係数を c_i とすれば ($i=1, 2, \dots, n$)，経営者の見込める利益は

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

である。したがって、経営者は(1)を目的関数として最大にする x_1, x_2, \dots, x_n を求め、作付計画として決定すればよいが、もちろん制約は存在する。

経営者が耕作できる農地には限りがあり、所有する農地を L とすれば、

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq L \quad (2)$$

が満足されるべきで、これを土地制約と呼ぶ。さらに、農作物が収穫されるまでには害虫・雑草駆除など様々な作業が必要であるが、これらも作物によっては手の掛かり方が異なり、また栽培期間に経営者が確保できる労働力には制限があるため、労働制約と呼ばれる考慮すべき条件が存在し、単位面積で作物 i を収穫する

いとう たけし

東北大学 大学院経済学研究科

〒980-8576 仙台市青葉区川内 27-1

のに必要な労働力（時間）を w_i ，経営者が当該栽培期間に確保できる労働力（時間）を W とすれば，

$$w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n \leq W \quad (3)$$

となる。

以上より，農業経営者に最も多くの利益をもたらす作付計画は，(2)，(3)および x_i に関する非負条件の制約下で(1)を最大化する線形計画問題を解くことによって得られる。勿論，現実には労働制約が月毎に存在したり，別の制約条件が加わることにより，さらに複雑な線形計画問題，あるいは非線形計画問題となることも考えられるが，このような作付計画問題が作付けに関する意思決定の基本数理モデルとなる。

3. 不確実・不確定要素の存在

前節で作付計画問題の基本モデルを紹介したが，「ある点」について恐らく多くの読者が疑問をもたれたであろう。それは各作物の利益係数である。これらが確定的に与えられている，つまり作付計画を行う段階で対象作物すべての利益係数が分かっているという前提は極めて非現実的なものである。単位面積で収穫される作物から得られる利益は市場価格，必要経費等から決まるものであるが，市場価格は当該作物のその期の作況に影響を受け，また必要経費についても天候不良等による変動が考えられる。そもそも，単位面積での収穫量自体が栽培条件に左右されるものである。したがって，これら利益係数を確定的に取り扱わないモデルを検討することが，より現実的な対応を可能にする。

3.1 不確実モデル

作付計画問題は，利益係数をもとに限られた農地を各作物の栽培に割り当てる比率を決定するわけであるが，これは株式投資を含め金融商品への投資判断を行う場面に通じるものがある。つまり，土地制約の利用上限 L が投資可能な財産，決定変数が各商品（銘柄）への投資比率，各作物の利益係数が各商品（銘柄）の収益率と考えることでポートフォリオ問題と同様の考え方ができる。作付計画問題には，実際には不確実性を含むと思われる要素が何種類か存在するが，ここでは紙面の都合上，利益係数のみを確率変数とした場合に考えられるモデルを以下に紹介する。

3.1.1 期待収益最大化モデル (E モデル)

作物の利益係数が確率変数ゆえ，作付計画問題の目的関数(1)も確率的に変動するため，(1)を最大化する代わりに，その期待値

$$E\left[\sum_{i=1}^n c_i x_i\right] = \sum_{i=1}^n m_i x_i \quad (4)$$

を目的関数として最大化する。ただし， m_i は c_i の平均値である。

3.1.2 分散最小化モデル (V モデル)

前項のモデルのようにリターン重視ではなく，リスクに注目し，より安定した計画を行うため(1)の分散

$$V\left[\sum_{i=1}^n c_i x_i\right] = x^t V_c x \quad (5)$$

を目的関数として最小化する凸二次計画問題を考える。ただし， $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ ， V_c は確率変数 c_i の分散共分散行列である。

3.1.3 期待収益・分散混合モデル (E-V モデル)

前項2つの目的関数を最大，あるいは最小化する2目的計画問題，つまり期待収益を最大にしたいが，分散も最小化したいという場合に，その非劣解を求めることとなるモデルである。ある程度の収益 (T) を確保したうえで分散の最小化を試みる，経営者にとっては最も現実的な計画モデルであり，次のようなものである。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } x^t V_c x \\ & \text{subject to } \sum_{i=1}^n x_i \leq L, \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W \\ & \sum_{i=1}^n m_i x_i = T, x_i \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

これらの他にも確率計画を利用したモデルは考えられるが，詳細については[2，5]など確率計画に関する文献や，ポートフォリオ関連の文献を参照されたい。

3.2 不確定要素の取り扱い

日本の農業は大部分が中・小規模経営であるため，仮に前項のような確率計画を駆使した作付計画を行うとしても，確率変数にまつわる十分な情報を準備することがコスト的にも，時間的にも難しいと思われる。農協などの組織を活用することも考えられるが，各々の圃場特有の性質などが十分に考慮できるとは考えられない。

しかし，営農経験がある程度あれば，このような不確定情報は経験的に推測することは可能であり，また確保できる労働力も，経営規模が大きくないために融通の利く場合が多いとも考えられる。したがって，作付計画問題に含まれる様々な要素をファジィ数（集合）として取り扱い，フレキシブルな計画案を求めることが日本の営農形態には向いているのかもしれない[3，6]。

4. その他の計画問題

4.1 輪作への対応

冒頭、昨年の夏は我家の庭で茄子、きゅうり、トマトが大収穫であったと述べたが、今年はどうなるだろうか？ 茄子とトマトはナス科に属するのであるが、ナス科の作物を栽培した所に、翌年再びナス科の作物を作付けするのは連作障害の問題から好ましくなく、作付場所を変える必要がある。このため、恐らく昨年と同様（同内訳）の収穫は見込めないであろう。このように同じ場所で繰り返し同じ作物を栽培することができない、あるいは前後に栽培される作物により、その収量に変化するという作物の組合せがいくつか存在するため、作付計画においてはこれまでの栽培履歴を考慮して栽培ローテーション（輪作）を検討する必要がある。

一時期に耕作可能な農地すべてに同じ種類の作物を作付けする場合について考える。輪作パターンを計画する期間を n 年とし、各年度の収益が前年度に栽培された作物と当該年度に栽培された作物によって決定されるものとする。例えば、1年目に作物 a を栽培した場合の輪作パターンは、 $n+1$ 層構造のネットワークとして表現できる（図1参照）。つまり、始点（第1層）と終点（第 $n+1$ 層）を作物 a とし、2層から n 層までは各々2年目から n 年目に栽培可能な作物を頂点として割り当て、各アークには前後にある頂点（作物）に応じて収益を付与する。勿論、休閒年度についても頂点として考慮することは可能である。このネットワークに対して始点から終点の収益に関する最長経路を求めれば、それが作物 a を輪作の開始作物とした場合の n 年間の総収益となる。作物 a 以外の作物を輪作開始作物としたときの総収益についても求め、それらを比較し総収益が最大となる輪作パターンを決定すればよい。

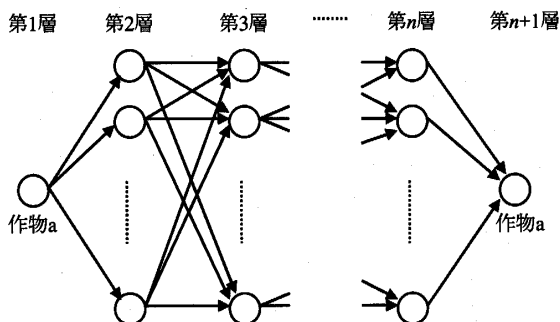


図1 ネットワーク例

地理的条件などから、一つの農場が栽培可能な作物数にはある程度の上限があるため、ネットワーク規模の問題はあまり障害にはならないと思われる。また、現実には、同じ年度内に夏野菜、秋野菜などを続けて栽培することが多いが、そのような場合には各年度毎に実行可能な輪作パターンを求め、それらを各年度の栽培作物と置き換えれば拡張が可能である。

4.2 農薬使用量の削減

三度、我家の話で恐縮であるが、筆者の菜園では農薬を全く使っていない。せっかく自分で栽培するのだから、どうせなら無農薬にしたいし、規模も大きくはないので害虫駆除なども手作業で何とかできるだろうと考えたからである。しかし、一般の農業経営において、作業効率性を考えた場合に農薬の利用は必要不可欠である。ただ、市場で流通する作物については残留農薬量の基準が設けられているため、無配慮に農薬を利用することはできない。

食の安全に対する意識も高まり、少々価格が高くとも無農薬、減農薬の商品を求める消費者も少なくない。つまり、付加価値の高い商品であれば需要が見込められると思われる。したがって、残留農薬量の基準値を最大限有効に使って農薬を利用するのではなく、経営に支障が出ない範囲で農薬の利用を極力抑えることも一つの経営方針になり得る。作物の市場価格をどう取り扱うか大きな問題ではあるが、作業手間（必要経費）の増加を付加価値で吸収できるとすれば、残留農薬削減を目的とした農薬利用量計画モデルを考えることも重要であろう[4]。

5. おわりに

作付計画問題を中心に、農業経営における数理計画問題について紹介したが、農業分野には取り組むべき問題が他にも多く存在する。最近では株式会社の農地取得に関する規制緩和や、農地集約による大規模化が進められるなど、日本の営農形態が大きく変化する兆しがあり、効率的な農業経営について考える良い機会かもしれない。しかし、工業、情報産業、サービス業などに比べ、農業をはじめとした第一次産業を研究対象とするOR研究者は決して十分ではないように思える。就農者の確保は何より必要であるが、今後の食料事情を考える時、ORの役割は大きいのかかもしれない。

参考文献

- [1] Hayashi, K.: "Multicriteria analysis for agricul-

tural resource management: A critical survey and future perspectives," *European Journal of Operational Research*, 122, 486-500 (2000).

[2] 石井博昭: 「確率論的最適化」数理計画法の応用〈理論編〉(伊理, 今野編), 産業図書 (1982).

[3] Itoh, T., Ishii, H., Nanseki, T.: "A Model of Crop Planning under Uncertainty in Agricultural Management," *International Journal of Production Economics*, 81-82, 555-558 (2003).

[4] Itoh, T., Ishii, H.: "Agrichemical Application Amount Programming Problem Designed for Reducing Residual Pesticides," *Asia Pacific Management Review*, 10, 1-4 (2005).

[5] 南石晃明: 「確率的計画法」, 現代数学社 (1995).

[6] Toyonaga, T., Itoh, T., Ishii, H.: "A Crop Planning Problem with Fuzzy Random Proat Coeicients," *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 4, 51-69 (2005).