

# 地点間の方位角拘束を用いた 時間地図作成問題の汎用解法

清水 英範, 井上 亮

時間地図とは、地点間の時間距離を地図上の距離によって表現する地図のことをいう。この作成手法に対する従来のアプローチは2つに分けられる。1つは、対象地点間全ての時間距離を再現しようとする方法で、一般に多次元尺度構成法 (MDS) が適用される。もう1つは、対象地点を結ぶ連結ネットワークを考え、この辺に相当する地点間の時間距離のみを再現しようとする方法であるが、この方法に対しては、これまで数学的に明快な解法は提案されていない。本論文では、時間地図作成問題を非線形最小二乗問題で表現し、これをベースに上記の2つのアプローチの双方に適用可能な数学的に明快かつ実用性の高い汎用解法を提案する。

キーワード：時間地図, 所要時間, 視覚化

## 1. はじめに

時間地図とは、地点間の時間距離を地図上の距離で表す地図、すなわち時間を縮尺にもつ地図のことをいう。時間地図と地理的地図の比較により交通整備水準の地域格差を、時間地図の時系列比較により交通整備水準の変遷を視覚的に表現できる。

時間地図作成は、地点間に時間距離が与えられている幾つかの地点 (対象地点) を平面上に配置する問題である [1-3]。従来のアプローチは大きく2つに分けられる。

1つは、対象地点の全ての2地点間に与えられた時間距離を再現しようとする方法であり、本稿では完全ネット型時間地図と呼ぶ。この作成には多次元尺度構成法 (MDS) [4] を適用するのが一般的である。数学的に明快な解法であり、回転・平行移動を拘束すれば、一意な地点配置が求まる。しかし、全ての地点間の時間距離を再現しようとするため、対象地点数が多い場合には、局所的には再現精度が著しく低下し、違和感のある時間地図が得られることがある。

もう1つは、鉄道網等を参考に対象地点を結ぶ連結ネットワークを考え、そのリンクに相当する地点間の時間距離のみを再現する方法である。本稿では部分ネ

ット型時間地図と呼ぶ。大都市間等の多くの人が注目する時間距離を精度よく再現できる。もちろん、リンクが定義されない地点間の時間距離は一切無視されるため、全ての対象について効果的とはいえないが、一般的には違和感の少ない時間地図を得やすい。しかし、四辺形ネットワークの各リンクの時間距離を再現する場合を考えれば明らかのように、部分ネット型時間地図は時間距離だけでは必ずしも図形形状を確定できない。既存作成手法 [5, 6] も、様々な状況に応じてそれぞれ対処法を用意するという個別問題解決型の手順構成になっており、数学的に明快な解法ではない。

さて、完全ネット型時間地図は、全ての地点間に時間距離を与えた部分ネット型時間地図の特殊形であるので、部分ネット型時間地図の数学的解法を用意すれば、それは時間地図作成の汎用解法になる。汎用解法があれば、完全ネット型時間地図と部分ネット型時間地図を適宜使い分けられるだけでなく、両者の利点を活かした折衷法的な応用も容易になる。

時間地図作成問題の汎用解法を提示するにあたって、ここで論点を整理しておく。

前述の通り、部分ネット型時間地図作成は地点間の時間距離のみから地点配置を確定できない、解の一意性が保証されない不適切な問題である。そこで、不適切性を解消するため何らかの正則化条件を必要とする。

時間地図は、地理的地図との比較を通して意味を持つ視覚化手法である。そのため、時間距離の再現とは無関係な、地理的地図と時間地図の相違を極力排除しなくてはならない。また、時間地図はあくまで視覚化

しみず えいはん

東京大学 大学院工学系研究科

〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1

いのうえ りょう

東京大学 空間情報科学研究センター

〒277-8568 千葉県柏市柏の葉5-1-5

の方法であり、政策的な意思決定を直接支援するものではない。個人の思考や集団での議論の過程で適宜用いられるものである。個人的な興味や遊び感覚での利用も多いと思われる。そのため、時間地図作成の解法は、徹底してユーザー・フレンドリーである必要があり、初期値の与え方に試行錯誤的な苦勞を強いる解法や長時間の計算を要する解法は、役に立たないと言わざるをえない。

以上を踏まえ、時間地図作成に要請される特性を備えた実効性の高い汎用解法を提案し、鉄道所要時間データを例にその適用可能性について評価する。

## 2. 汎用解法の構築

### 2.1 基本的な考え方

時間地図作成問題における、適切な事前情報とは何だろうか。時間地図は、地域の交通整備水準の違いを地理的地図との比較を通して視覚化する手法である。そのためには、時間距離の再現とは無関係な地理的地図との相違を極力排除した方がよい。例えば、東京、大阪、金沢、和歌山の4地点からなる部分ネット型時間地図(図1)を考えよう。図1(b)(c)の時間距離再現精度は等しい。しかし、地理的地図との比較が容易な時間地図は、言うまでも無く図1(b)であろう。多くの人は、各地点の地理的位置に対して、図1(a)に近い先験的知識を有しているため、図1(c)のような時間地図は非常に混乱を与える。時間距離の再現を目的としない、地理的地図のいたずらな変形を避けるということは、時間地図作成にとって重要な目標である。

この目標を達成するため、「時間地図上の地点間の方向に関する事前情報として、地理的地図上の地点間の方向を与える」という考え方をとる。これにより、

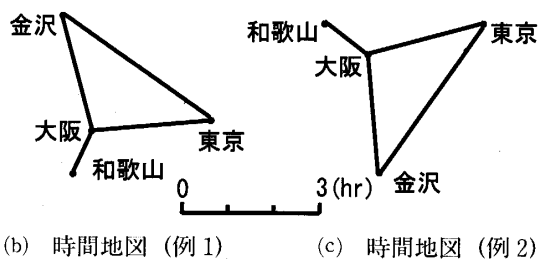
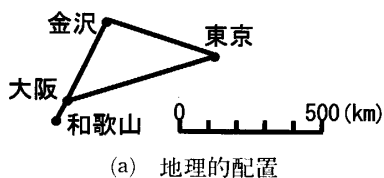


図1 1995年鉄道部分ネット型時間地図(例)

時間地図作成問題を適切化し、かつ、時間地図と地理的地図の相違を視覚的に分かりやすくすることを目指す。

まず、地点間の時間距離と方向に関する情報を与えれば、地点配置を一意に定められることを確認しておく。対象地点数が  $n$  のとき、1点を時間地図座標に固定するので  $n-1$  地点の  $x, y$  座標が未知変数となり、その数は  $2(n-1)$  となる。一方、観測方程式数はネットワーク形状によって異なるが、例えば、図2(a)のようなリンク数が最小のネットワークにおいても、未知変数と同数の観測方程式が存在するため、完全ネット型、部分ネット型に関わらず、一意な解を得ることができる(表1)。

### 2.2 汎用解法の構築

時間地図作成問題とは、リンク  $ij$  の時間距離  $t_{ij}$  を再現するように、時間地図上の地点座標  $(x_i, y_i)$  を定める問題である。時間距離が与えられたリンクの集合を  $L$ 、表記上の都合より  $x_{ij} = x_j - x_i, y_{ij} = y_j - y_i$  と表すと、式(1)のように定式化できる。

$$\min \sum_{ij \in L} (t_{ij} - \sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2})^2 \quad (1)$$

一方、地点間の方位角変化を拘束する正則化項は、正則化項の重みを  $\mu$ 、地点  $i$  の地理座標を  $(x_i^G, y_i^G)$ 、地理座標上の地点  $ij$  間距離を  $d_{ij}^G$  とすると、

$$+ \mu \sum_{ij \in L} ((x_{ij} y_{ij}^G - x_{ij}^G y_{ij}) / d_{ij}^G)^2 \quad (2)$$

と書け、地点間の方位角拘束を用いた時間地図作成問題は式(3)の非線形最小二乗問題で表せる。

$$\min \sum_{ij \in L} \left[ (t_{ij} - \sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2})^2 + \mu \left( \frac{x_{ij} y_{ij}^G - x_{ij}^G y_{ij}}{d_{ij}^G} \right)^2 \right] \quad (3)$$

ここで、時間地図上の座標  $x_i, y_i$  に近似値  $x_i', y_i'$

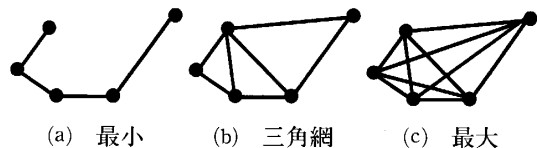


図2 ネットワークの形状によるリンク数の違い

表1 ネットワークの形状によるリンク数の違い

地点 $n$	未知 変数 $2(n-1)$	観測方程式数		
		(a)最小 $2(n-1)$	(b)三角網 $4n-6$	(c)最大 $n(n-1)$
5	8	8	14	20
10	18	18	34	90
50	98	98	194	2450

を与え、式(3)を近似値近傍で線形化する。ただし、正則化項は近似値における方位角からの変化を拘束するように書き換える。

$$\min \sum_{ij \in L} \left[ \left( t_{ij} - \frac{x'_{ij}x_{ij}}{d'_{ij}} - \frac{y'_{ij}y_{ij}}{d'_{ij}} \right)^2 + \mu \left( \frac{y'_{ij}x_{ij}}{d'_{ij}} - \frac{x'_{ij}y_{ij}}{d'_{ij}} \right)^2 \right] \quad (4)$$

式(4)の  $x'_{ij}/d'_{ij}$ ,  $y'_{ij}/d'_{ij}$  は、それぞれ時間地図上のリンク  $ij$  の座北方位角の正弦・余弦の近似値である。時間地図上のリンク  $ij$  の座北方位角の近似値を  $\theta'_{ij}$  と表すと、式(5)と書ける。

$$\min \sum_{ij \in L} \left[ (t_{ij} - x_{ij} \sin \theta'_{ij} - y_{ij} \cos \theta'_{ij})^2 + \mu (x_{ij} \cos \theta'_{ij} - y_{ij} \sin \theta'_{ij})^2 \right] \quad (5)$$

一般的には、 $\mu$  は  $\mu > 0$  の領域で解の安定性を損なわない範囲で小さく設定し、収束速度の高速化を図る。しかし、 $\mu=1$  と固定すると、式(6)のように  $x$ ,  $y$  軸方向に独立させた線形最小二乗問題に帰着し、解法を簡便化することができる。

$$\min \sum_{ij \in L} [(t_{ij} \sin \theta'_{ij} - x_{ij})^2 + (t_{ij} \cos \theta'_{ij} - y_{ij})^2] \quad (6)$$

式(6)では、独立に求めた対象地点の  $x$ ,  $y$  座標を用いて座北方位角の近似値  $\theta'_{ij}$  を更新しながら、繰り返し計算にて時間地図上の地点配置を求めることができる。

本稿では以降、式(6)に基づく時間地図作成問題の汎用解法を提案解法と記載する。

### 2.3 提案解法の特徴

提案解法では、初期値は各リンクの地理的地図上の座北方位角を用いて与えられる。座北方位角は、対象地点の地理的地図座標から計算でき、初期値設定を自動化できる。また、時間地図上のリンクの方向が、地理的地図上のそれに近い方向で表現されるため、地理的地図形状からのいたずらな変形を排除することが可能であり、地理的地図との比較が行いやすい時間地図を作成することができる。

また、式(5)の解法では繰り返し計算毎に説明変数行列が変化する線形最小二乗問題を解くのに対して、提案解法では説明変数行列が不変で被説明変数ベクトルのみが変化する線形最小二乗問題を繰り返し計算となるため、短時間で計算を行うことができる。

このように提案解法は、初期値設定を自動化でき、計算時間が短く、かつ地理的地図との比較が容易な地図作成が可能であり、実用性が高い。これらの特徴について、次節以降で確認する。

## 3. 提案解法の適用

### 3.1 適用と評価

提案解法を用いて、完全ネット型時間地図と部分ネット型時間地図を作成し、適用可能性を検討する。

国土交通省のデータベース TRANET から 1965・75・85・95 年の都市間（生活圏間）鉄道所要時間データ（以後、時間距離）を用いた。対象地点は 81 都市とし、完全ネット型では 3,240 リンク、部分ネット型では図 3 の 109 リンクの時間距離を表現する。また、全リンクの方位変化が 0.01 rad 以下を収束判定条件とした。

1965 年の完全ネット型・部分ネット型時間地図の作成結果を図 4, 5 に示し、その適合度指標として時間距離と時間地図上の距離の相関係数・Kruskal の STRESS 2[4] を記し、また CPU 1.8 GHz の計算機を使用して時間地図作成に要した計算時間を示す。ただし、部分ネット型時間地図では、図 3 に示されるリンクの時間距離・時間地図上の距離間の適合度を表す。

まず、完全ネット型、部分ネット型時間地図の双方を作成できることを確認した。

完全ネット型時間地図（図 4）は、時間距離と時間地図上の距離の相関係数は 0.995、STRESS 2 は 0.101 であり、時間距離を十分に再現している。

部分ネット型時間地図（図 5）では、相関係数は 1.000、STRESS 2 は非常に小さく、時間距離をほぼ完全に再現している。時間地図上のリンクの方向を地理的地図上の方向の近傍で表現しているため、地理的地図に比較的近い形状を持った時間地図を作成できた。

### 3.2 時間地図の限界

完全ネット型、部分ネット型時間地図の作成例を示

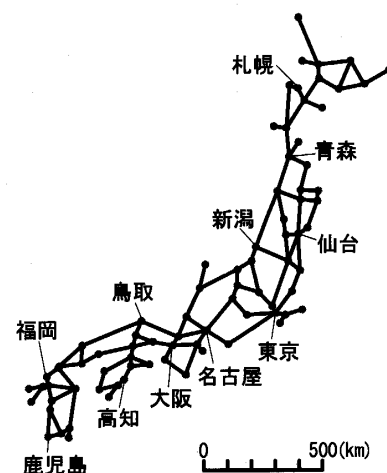


図 3 時間地図作成対象

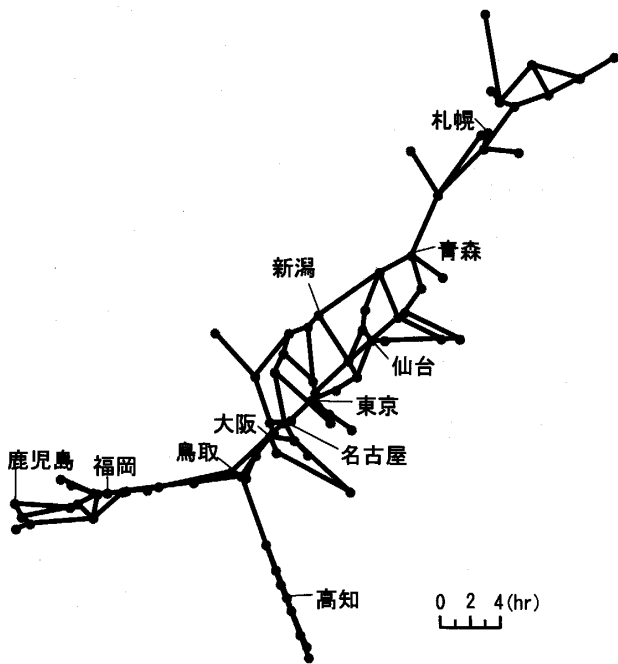


図4 1965年鉄道完全ネット型時間地図  
(相関係数: 0.995, STRESS 2: 0.101,  
計算時間: 0.89秒)

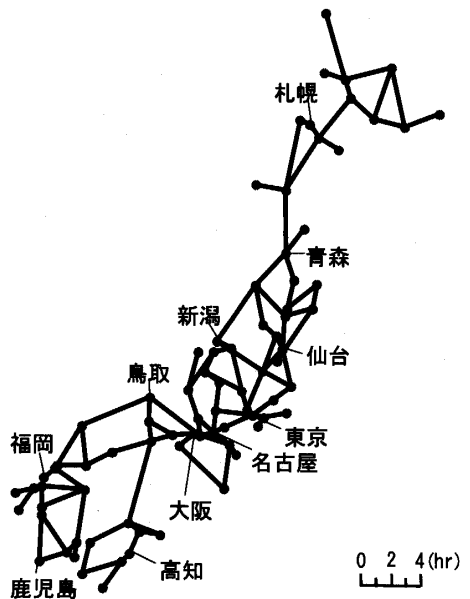


図5 1965年鉄道部分ネット型時間地図  
(相関係数: 1.000, STRESS 2: 0.007,  
計算時間: 0.14秒)

したが、これらには決して分かりやすいとは言えない部分がある。ここでは、2種類の時間地図が必然的に持つ限界について述べる。

完全ネット型時間地図では、全ての地点間の時間距離を高い精度で表現しているものの、局所的に見ると分かりにくいところが多い。北海道・四国・九州等の周辺部では大きく変形し、見づらい地図になってしま

う。特に、四国は、本州・九州などの東西両方向からの時間距離を表現しようとするため、ほとんど一直線上に配置されてしまう。この結果、四国内の時間距離と時間地図上の距離の相関係数は0.666となり、全体(相関係数0.995)に比べて極端に低い。このように、完全ネット型時間地図では、全体の傾向を示すことは可能だが、局所的には時間距離を十分に再現できない場合がある。

一方、部分ネット型時間地図は、地理的地図上の形状を大まかに維持しており、全体としては視覚的に理解しやすい。また、時間距離を正確に再現している。しかし、直接リンクが設定されていない地点間の時間距離が無視されるため、これに伴う問題が生じている。例えば、四国・九州間は時間距離が長いにも関わらず、図5では四国と九州は非常に近接して描かれている。このように、部分ネット型時間地図は、交通整備がなされていない海峡部や広域の閉鎖湾域が対象地域に含まれる場合には、適用に十分な注意を要する。

なお、ここで述べた問題点は、完全ネット型、部分ネット型時間地図が一般的に持つ限界であって、提案解法の限界ではないことに留意されたい。提案解法は、日本列島の鉄道時間地図や首都圏の道路時間地図の作成といった個別問題に対して柔軟に対応できる方法である。これらについて、次節で具体的に述べる。

## 4. 個別問題への応用

### 4.1 基本的な考え方

筆者らによる提案解法は、完全ネット型・部分ネット型の双方に適用可能な解法であり、両者の折衷的な応用を可能にする。

前節における完全ネット型時間地図への適用では、四国に見られるように局所的に再現精度が極端に低下するという問題が生じた。このような場合、時間距離が極端に大きなリンクを削除し、完全ネット型時間地図の問題を、リンク数が多いながらも部分ネット型時間地図の問題に置き換えて再計算するといった対応が可能である。また、部分ネット型時間地図への適用では、四国と九州が時間地図上で極端に近く配置されてしまうという問題が生じた。このような場合には、四国・九州間に仮想的なリンクを設定し、そのリンクに完全ネット型の時間距離(宇高連絡船、関門トンネルを経由する時間距離)を与え、よりリンク数の多い部分ネット型時間地図の問題に置き換えるといった対応が可能である。

また、提案解法は、線形最小二乗問題の繰り返し計算による解法であるため、重み付き線形最小二乗問題による解法に拡張することが容易である。これにより、地点間の時間距離の再現精度に重みを与えることができ、上記のような折衷法的な対応をさらに柔軟に適用することが可能になる。なお、言うまでも無く、完全ネット型時間地図を重み付き最小二乗問題で解く場合、重みをゼロとするリンクを設定することにより、完全ネット型時間地図を部分ネット型時間地図に変更することができる。

以下では、提案解法の個別問題への応用例を提示し、その有効性を確認することにより、提案解法の意義をより明確に示すこととする。

#### 4.2 個別問題への応用例

完全ネット型、部分ネット型時間地図の限界を踏まえ、以下に示すような折衷法的な応用により、1965年の鉄道時間地図の作成を再実行した。

①完全ネット型時間地図を重み付き最小二乗法で解くことにした。②時間距離が20時間を超えるリンクの時間距離再現の重みをゼロとした。すなわち、これらのリンクを削除し、部分ネット型時間地図の問題に変更した。なお、東京起点では、終点が札幌から鹿児島までのリンクが時間距離20時間以下である。完全ネット型の3,240リンクのうち、20時間を超える955リンクが削除されたが、主要リンクの大半が計算対象に含まれている。③残されたリンクのうち、図3のネットワークに示される各リンクの時間距離の重みを1

に、それ以外のリンクの時間距離の重みを0.02として計算を実行した。なお、重みの大きさは、視覚的に分かりやすい時間地図となるよう試行錯誤の上、決定した。簡単に言えば、基本的には図3のリンクの時間距離を精度良く再現することを目指す。これらのリンク以外の地点間時間距離についても、極端に大きくない限り、少しは考慮するという方針をとったということである。これにより、局所的な（例えば、四国内の）再現精度と広域的な（例えば、四国・九州間の）再現精度をバランスさせることを目指した。

以上の折衷法的応用による計算結果を示したのが図6(a)である。図5で示した部分ネット型時間地図との比較のため、図3に示すネットワークだけを表示している。重みを1とした図3のネットワーク上のリンクは、時間距離と時間地図上の距離の相関係数が0.999とほぼ正確に表現されている。また、全ての地点間では、相関係数0.964と全体の傾向を示している。また、局所的に時間距離再現精度が著しく低い地域も見られず、視覚的にも理解しやすい地図が得られた。

このように提案解法は、リンクの削除や重視するリンクの指定が自由に行えるため、ユーザーの時間地図作成の目的に応じて、柔軟に対応が可能な視覚化手法である。

#### 4.3 交通整備水準の経年変化の視覚化

時間地図により、交通整備水準の経年変化を効果的に視覚化することが可能であることを示す。

時系列比較を行う場合には、前後の( $t$ 期と $t+1$

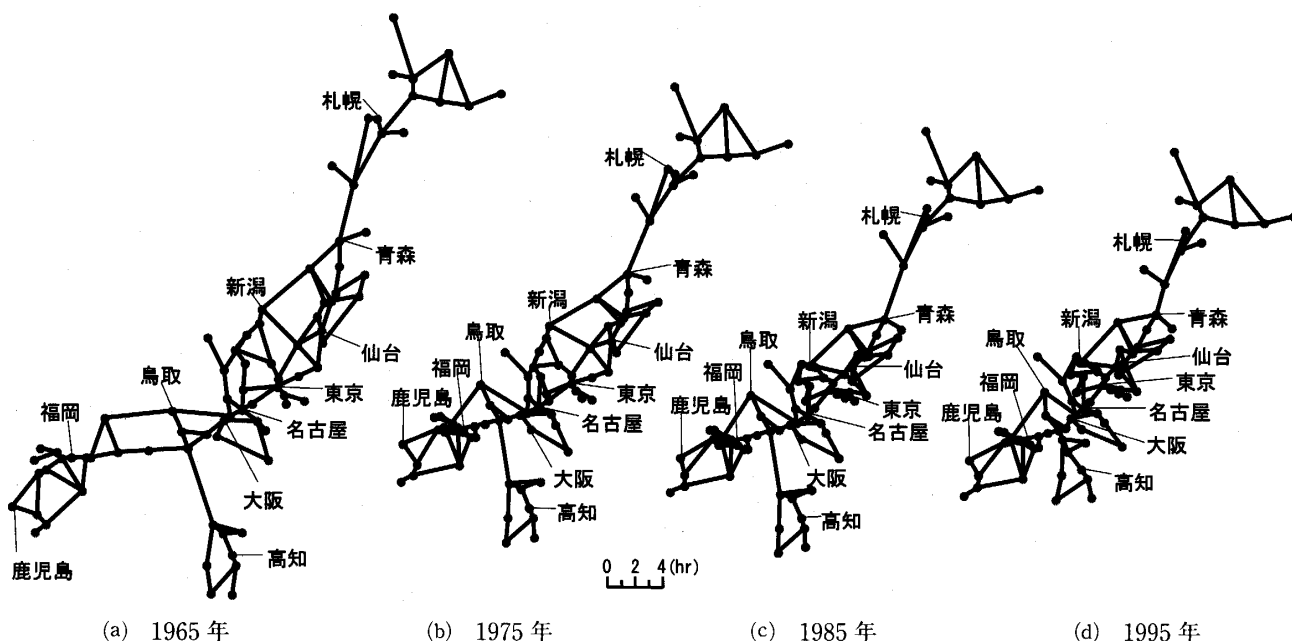


図6 時間地図による鉄道整備水準変遷の視覚化例

表2 時間地図作成計算時間の比較

西暦	収束計算回数	計算時間(秒)
1965	78	0.94
1975	210	2.02
1985	49	0.80
1995	91	1.11

(ただし, CPU 1.8GHzの計算機使用)

表3 時間距離表現精度 (相関係数)

西暦	全体	ネットワーク(図5)
1965	0.964	0.999
1975	0.954	0.999
1985	0.944	0.999
1995	0.932	1.000

期の) 時間地図との比較を容易にする必要がある。そこで、 $t+1$ 期の時間地図の作成にあたっては、 $t$ 期の時間地図上での対象地点間の座北方位角を初期値として与えるのが適当である。この結果、交通条件の変化以外の時間地図間の歪みを抑え、時系列的な比較が容易になる。

1975・85・95年の鉄道時間距離データを使用し、前節の手法で作成した結果を図6(b)-(d)に示す。ただし、1965年時点で時間距離が20時間以下の2,285リンクを計算対象にしている。初期値には、1965年は実座北方位角を、1975年以降は、前期の時間地図上の座北方位角を与えた。計算時間を表2に、時間距離と時間地図上の距離の相関係数を表3に示す。

図6では、鉄道網整備が進むにつれて、日本列島全体の時間距離が縮んでいく様子が表現されている。時間地図間のリンクの角度変化が小さいため、各リンクの時間距離変化が見やすく、時間地図間の比較が容易である。また、いずれの時間地図も、図3のネットワークのリンクでは、ほぼ完全に時間距離を再現しており、また計算の対象とした地点間全体においても高い再現性を得た(表3)。

## 5. おわりに

本研究で提案した、時間地図作成問題の汎用解法の特徴をまとめ、結論とする。

①完全ネット型時間地図、部分ネット型時間地図の双方に適用可能な汎用解法である。②時間地図作成問題を適切化するために、時間地図上の地点間の方向に

関する事前情報として、その地点間の地理的地図上の方向を与える解法である。時間距離の再現を目的としない、地理的地図から時間地図への無意味な変形を極力排除することができ、結果として、地理的地図との比較対照が容易になる。③簡単な線形最小二乗問題の繰り返し計算によって、きわめて高速に解を得ることができる。④繰り返し計算に必要な初期値は、地理的地図上の地点座標から自動的に計算される座北方位角だけであり、実質的には初期値設定を必要としない方法である。⑤重み付き最小二乗問題への拡張により、完全ネット型、部分ネット型の折衷法的な応用が可能であり、ユーザーが対象とする個々の時間地図作成問題に柔軟に対応することができる。

本研究は、時間地図作成の汎用解法が必要ではないかという問題意識から取り組んだものであるが、提案解法は、地点の配置を目的としたDistance Cartogramの問題全てに適用可能な汎用解法である。時間地図のみならず、地点間の認知距離指標に基づく認知空間の視覚化、統計データ等から定義される都市間の非類似度指標に基づく都市類型の視覚化など、多様な分野への応用を可能にする。

なお、本稿は、筆者らの先行論文[7]を、本特集号向けに要約したものであることを付記しておく。

## 参考文献

- [1] 清水英範 (1992) 時間地図の作成手法と応用可能性, 土木計画学研究・論文集, (10), 15-29.
- [2] 古藤浩 (2000) いくつかの新しい時間地図とその特徴, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会, 72-73.
- [3] 伊藤悟 (2001) 金沢都市圏の時空間構造分析—時間距離に基づく各種分析測度の適用と比較—, 金沢大学教育学部紀要 (人文・社会科学編), (50), 55-68.
- [4] Cox, T. F. and Cox, M. A. A. (2001) *Multidimensional Scaling*, 2nd ed., Chapman & Hall/CRC, Boca Raton.
- [5] 梶谷有三, 田村亨, 齊藤和夫 (1995) 道路網を対象とした時間距離行列の視覚化, 土木計画学研究・論文集, (12), 567-574.
- [6] 古藤浩 (1997) 地域構造と視覚化時間距離網, GIS—理論と応用, 5 (2), 1-10.
- [7] 清水英範, 井上亮 (2004) 時間地図作成問題の汎用解法, 土木学会論文集, (765/IV-64), 105-114.