Packing Non-Convex Polygons by Iterated Local Search Based on Nonlinear Programming

今道 貴司
(京都大学大学院情報学研究科数理工学専攻 現所属・同大学院情報学研究科数理工学専攻博士後期課程)
指導教員 永持 仁 教授

1. はじめに

非凸多角形の詰め込み問題とは，幅が固定で長さが可変の長方形の容器と複数の多角形が与えられたとき，全ての多角形を容器の中からはみ出さないように，しかも，互いに重複しないように配置し，容器の長さを最小化する問題である．本研究では，非凸の多角形と，配置に平行移動と固定角度の回転を許した問題を考える．この問題は，紙や布などのロール状の材料を用いる産業に応用のある問題であるが，NP 困難であることが知られている．

Gomes と Oliveira は，線形計画法に基づく多角形の圧縮操作と分離操作を焼き鈍し法と組合せた手法を提案している[1]．Egeblad 等は，1 枚の多角形を移動させるときに他の多角形との重複面積が最小となる場所を効率的に見つけるアルゴリズムを考案し，これと誘導反復局所探索法を組合せた手法を提案した[2]．非凸多角形の詰め込み問題に対する代表的なベンチマークの問題例に対しては，現在 Gomes と Oliveira [1]や Egeblad 等[2]が最良の解を与えている．

提案手法は，長さが固定された容器の中で重複のない多角形の配置を探索する「多角形の配置探索アルゴリズム」と，容器の長さを変化させる手続きから成り立っている．図 1 はこれらが交互に適用される様子を表している．多角形の配置探索アルゴリズムには反復局所探索法を用いた．反復局所探索法の中では，非線形計画法に基づいて設計した新たな「多角形の分離操作」と，幾何データ構造を利用した「多角形の交換操作」を組合せた．容器の長さを変化させる手続きは，多角形の配置探索アルゴリズムが実行可能解を得たときには容器の長さを一定の割合で縮め，そうでない場合に容器の長さを一定の割合で延長するように設計した．計算実験では，代表的なベンチマーク問題例のいくつかに対して最良解を更新することに成功した．以下配置探索のアルゴリズムについてやや詳しく述べた後，計算結果の概要を報告する．

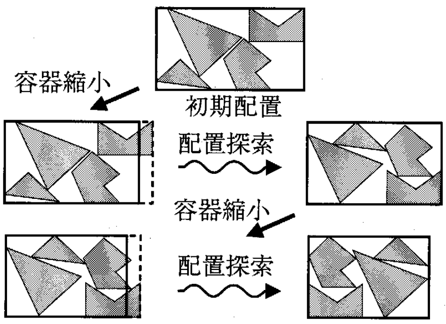

図 1 提案手法の概要

2. 多角形の分離操作

多角形の分離操作を以下のように設計する．まず，容器の幅と長さがともに固定された容器の中で，多角形同士の重複と容器からの突出の度合を最小化する問題（重複度最小化問題）を考え，制約なし非線形計画問題として定式化する．最小分離距離を，2 枚の重複する多角形を平行移動させて分離する際に必要となる最小の距離と定義する．そして，多角形と容器の外部領域の最小分離距離の 2 乗を突出度，2 枚の多角形の最小分離距離の 2 乗を重複度と定義し，その総和を目的関数とする．すると，目的関数とその勾配の値を効率的に計算できることが示せる．提案手法では，重複度最小化問題に対して，現在の配置を初期解として準ニュートン法を適用し，局所最適解を得ることによって多角形の分離操作を実現している．

目的関数と勾配の値の計算には no-fit polygon と呼ばれるデータ構造を利用する．多角形 A に対する多角形 B の no-fit polygon は，多角形 A の参照点を原点に固定したときに，多角形 B が多角形 A と重なるような多角形 B の参照点の位置集合と定義できる．no-fit polygon を用いることで，面同士の重複判定を，点と面の重複判定に置き換えることができ，効率的になる．また，最小分離距離が，多角形の参照点から

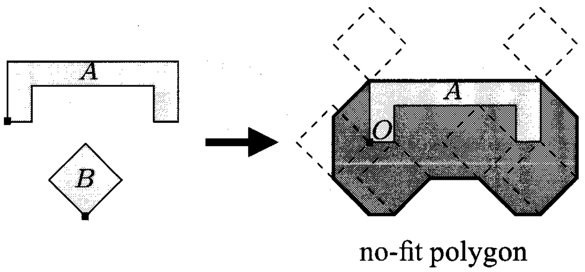

図2　多角形 A に対する多角形 B の no-fit polygon（O は原点）

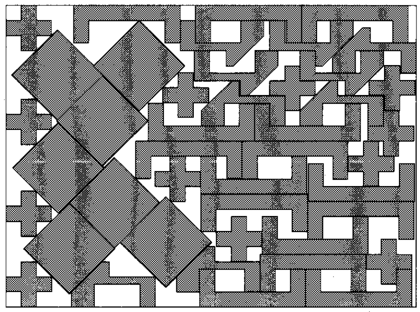

図3　問題例 SHAPES 1 に対する最良の配置

no-fit polygon の境界までの最小の距離に等しくなるという性質があり，この性質を利用して重複度最小化問題の目的関数とその勾配の値を効率的に計算している．

3．多角形の交換操作

多角形の交換操作は，配置内の1枚の多角形を，他の多角形との重複度および容器からの突出度の和ができるだけ小さくなる点へ移動させるヒューリスティクスを用いて実現した．この計算も no-fit polygon を用いて高速化を図っている．本研究では，このヒューリスティクスが，一般には重複度と突出度の和を最小にする点を見つける保証はないが，重複度と突出度の和が0になる点が存在すれば，その一つを必ず見つけられることを示した．

4．多角形の配置探索アルゴリズム

提案手法では，多角形の配置探索を，重複度最小化問題に対する反復局所探索法によって実現している．反復局所探索法とは，暫定解（過去の探索で得られた最良解）に摂動を加えたものを初期解として局所探索を行い，得られた局所最適解が暫定解よりも良ければ暫定解を更新するという一連の操作を繰り返すメタ戦略である．提案手法の多角形再配置アルゴリズムでは，2節の多角形の交換操作を暫定解に対する摂動として，3節の多角形の分離操作を局所探索として用いた．

5．計算実験

計算実験では，まず，パラメータがアルゴリズムに与えている影響を調べた．容器の長さを変化させる割合や方向，反復局所探索法の終了条件などについて計算実験を行い，これらのパラメータがアルゴリズムに与える影響があまり大きくないことを確認した．そして，この実験からアルゴリズムのパラメータを決定し，代表的なベンチマーク問題例に対して実験を行った．現在最良の解を与えている Gomes と Oliveira[1] や Egeblad 等[2] と比べて，全体の計算時間は同等もしくは短くなるようにして実験を行い，提案手法がいくつかの問題例で新しい最良解を与え，また残りの問題例に対しても同等の結果を得ていることを観察した．提案手法は，15の問題例の内5問に対して最良解を更新した．このように最良解の更新に成功した新たな配置の一例として，問題例 SHAPES 1 に対して提案手法で得た最良の配置を図3に示す．この問題例は多角形の180度回転を許している．

6．まとめ

本研究では，重複度最小化問題に対して，非線形計画法に基づく多角形の分離操作と，幾何データ構造を利用した多角形の交換操作を構成し，それらを組合せて反復局所探索法のアルゴリズムを構築した．このアルゴリズムを基に，容器の長さを最小化する詰め込み問題のアルゴリズムを作り，代表的なベンチマーク問題例に対する計算実験を通して有効性を示した．

参考文献

[1] M. A. Gomes and J. F. Oliveira, “Solving irregular strip packing problems by hybridising simulated annealing and linear programming,” *European Journal of Operational Research*, Vol. 171, No. 3, pp. 811-829, 2006.

[2] J. Egeblad, B. K. Nielsen and A. Odgaard, “Fast neighborhood search for two- and three-dimensional nesting problem,” *European Journal of Operational Research*, to appear.