

定量リスク分析における留意点

長谷川 専

近年、リスクに対する意識が高まるにつれ、さまざまな意思決定等の判断材料として定量リスク分析の必要性が高まってきている。定量リスク分析では、ベースケースモデルの諸変数に確率分布を与えるとともに、変数間に依存関係を与えてリスクモデルを構築する。そしてモンテカルロシミュレーションを実行することでアウトプットの確率分布を求め、意思決定者に分かりやすく提示するというプロセスがとられる。本稿では、これらのプロセスに沿って、定量リスク分析を実施する上の基本的な留意点を述べ、これらに配慮した天候デリバティブの分析事例を紹介する。

キーワード：ベースケースモデル、確率分布、依存関係、モンテカルロシミュレーション、天候デリバティブ

1. はじめに

わが国では、かつて右肩上がりの経済成長の下、企業や官公庁がたとえ楽観的な見通しに基づいて事業計画を立案したとしても、成長がリスクをカバーし、その損失が大きく顕在化することは少なかった。これまで官民とも自然災害や健康被害等のリスクを除いて、リスクに対する意識がそれほど高くなかったのはこのためではないかと思われる。

しかし、近年、経済が停滞する中で、成長がリスクをカバーできなくなり、リスクが発現すれば即座に損失が顕在化するようになった。急速に進展するわが国の少子高齢化・人口減少トレンドは、この状況を構造的にすると考えられる。さらに、国民の価値観の多様化や環境に対する意識の向上、ニーズの高度化、技術の高度化、高度情報化、ネットワーク化、グローバル化等々、社会の複雑化や不確実化が増大し、これまで未認識のリスクや新たなリスクが、企業、業界、行政そして国民全体に多大な影響を及ぼすようになっている。これらを背景に、安定的な企業・行政経営を図る上でリスクマネジメントがより重要になってきている。

リスクに対する認識やリスクマネジメントのあり方等について、利害関係者間の主観的合意が図られる限り、定量リスク分析は必ずしも要求されない。しかし、合理的な意思決定や円滑な合意形成（リスクコミュニケーション）、効率的かつ効果的なリスクマネジメントを図ろうとするならば、客観的判断材料を提供する

定量リスク分析は不可欠である。

特に株式会社においては、近年、株主が厳しい監視の目を光らせ、リスクマネジメントの不徹底により株主に損失が発生すれば、株主代表訴訟によって取締役の責任を追及する風潮にある。そこで、企業経営として適切なリスクマネジメントを講じる上での客観的判断材料を定量リスク分析に求めるようになってきている。

本稿では、まず、2節では定量リスク分析の基本的プロセスを示す[1]。その上で、3節では定量リスク分析における各種の留意点を整理する。4節では、天候デリバティブ[2]に関する分析事例に基づいて、これらの留意点への配慮事例を示す。

なお、ここでの「定量リスク分析」は、断りのない限り確率論的リスク分析を意味するものとする。

2. 定量リスク分析の基本的プロセス

定量リスク分析の基本的プロセスを理解することは概念的にはそれほど困難ではない。例えば、あるサービスを提供する事業において、サービス提供量 x 、変動費 a 、固定費 b で構成される費用 c を算出するモデル（ベースケースモデル）は、式(1)で表される。

$$c = ax + b \quad (1)$$

従来の決定論的な費用分析では、サービス提供量 x として最も確からしい推定値（一点推定値） \bar{x} を代入すれば、費用 \bar{c} が確定的に得られる。

一方、サービス提供量 x が確率分布 $p(x)$ に従って変動する場合、定量リスク分析では、費用 c は式(2)の確率分布に従うものとして求める。

$$f(c) = p(x) \quad (2)$$

ただし、 $c = ax + b$

はせがわ あつし

(株)三菱総合研究所

〒100-8141 千代田区大手町 2-3-6

これは、サービス提供量が x となる確率は $p(x)$ であるから、そのときの費用 c が $ax+b$ となる確率は $p(x)$ であることを意味するに過ぎない。

加えて、固定費 b も変動し、事業費に大きな変動をもたらすリスクがあるならば、固定費 b にも確率分布 $q(b)$ を与える必要がある。ここで、費用の c 確率分布 $f(c)$ を解析的に求めようとするれば、わずか2変数が確率分布を持っただけで、(3)式のような畳み込み積分 (Convolution) を解く必要がある。

$$f(c) = \int_0^{\infty} p(x)q(c-ax)dx \quad (3)$$

確率分布 $p(x)$ と $q(b)$ の双方が解析的に取り扱いが容易な分布 (指数分布族など) である場合は別として、この畳み込み積分を実際に計算することにはかなり複雑な計算を伴う。積分可能性が保証されない確率分布もある。さらに、変数間に相関関係がある場合には解析的な取り扱いは極めて困難となる。このため、複数の変数が確率分布で表されるリスクモデルについてアウトプットの確率分布を求めようとする場合、モンテカルロシミュレーションによって求める方法が一般的である。@RISK や Crystal Ball などのモンテカルロシミュレーションソフトを用いれば、Microsoft Excel などのスプレッドシート上で容易にリスクモデルを構築し、モンテカルロシミュレーションを実行することができる。

定量リスク分析ではこのように費用の確率分布を求め、その形状や、期待値や最頻値、95%VaR (Value at Risk) などの統計値に基づいてこの事業の費用リスクを評価する。そして、例えば、費用の変動をヘッジするリスクマネジメントの検討を分析の目的とする場合、リスクマネジメントを実施した場合の定量リスク分析を実施することで、費用変動がヘッジされる度合いがリスクマネジメントに要する費用と見合うかどうかを検討し、リスクマネジメントの実施妥当性の判断材料を得ることができる。

すなわち、定量リスク分析の基本的プロセスは、分析目的に応じて、分析対象のベースケースモデルにおいて確率変数として捉えることが必要な変数を適切に選定し、これに確率分布を与えるとともに、確率変数間の依存関係を与えてリスクモデルを構築し、モンテカルロシミュレーションを実行することでアウトプットの確率分布を求める。そして、これを分析目的に応じて、意思決定の参考となるよう、意思決定者に分かりやすく提示すること (リスクコミュニケーション)

であるといえる。

3. 定量リスク分析における留意点

3.1 定量リスク分析以前の留意点

いうまでもなく、あらゆる分析は手段であって、分析自体が目的ではない。よって分析の目的を明確にする必要がある。これはさまざまな分析に携わる者にとって基本中の基本ではあるが、分析目的が不明確なまま分析を行っている例も少なくない。また、分析目的が明確であっても、分析の過程において、テクニカルな側面にとらわれたり、分析自体の興味に誘われたりして、分析が目的から乖離していくこともある。

次に、分析の目的を達成する上で、定量リスク分析を実施しなければならないかを検討する必要がある。なぜなら、定量リスク分析にあたっては変数に関するデータの分析や確率分布の推定、変数間の依存関係の推定など、かなり骨の折れる作業を伴うからである。

そこまでの分析を行わなくても、リスク要素を網羅的に抽出し、各リスク要素の定性的な特性を把握し、重要性の高いものについて対処方法を検討する定性リスク分析で事足りることもある。また、各リスク要素について、その発生頻度の度合いとその影響の度合いに対して、例えば、発生頻度が「高」ならば0.7、影響度合いが「中」ならば0.5といった、何らかの得点を割当てて、両者の積をとることでリスク要素の重要性を把握する準定量リスク分析で事足りることもある。準定量リスク分析によってリスクマップ[3]を作成するだけでも、リスクマネジメントの検討が可能になる。

なお、定性リスク分析や準定量リスク分析を通じて、リスク要素を網羅的に抽出し、それらの特性を把握しておくことは、定量リスク分析においても重要となる。

3.2 ベースケースモデルの適切な構築

定量リスク分析においては、分析目的に照らして的確な仮説を設定し、これに基づいて必要な変数を網羅して、変数とアウトプットとの関係を適切に定式化したベースケースモデルが構築されている必要がある。

仮説を設定せず、欲張って多くの変数を盛り込んだモデルを構築しても、最終的な分析結果の解釈が困難になることが多い。逆に、必要な変数が盛り込まれていなければ、分析は抜け漏れのある一面的なものに留まってしまう。いずれの場合も定量リスク分析の結果を目的の達成に的確に繋げることが困難になる。また、変数とアウトプットとの関係が適切に定式化されていなければ、各変数の変化がアウトプットに及ぼす影響

を適切に把握することすらできない。そうなれば、変数にいくら確率分布を埋め込んで定量リスク分析を行ったとしても、意味のある分析結果は得られない。

これは定量リスク分析に限った留意点ではないが、不正確な情報が定量リスク分析という技術的なオペラートに包まれることにより、意思決定者の目を曇らせ、意思決定を誤らせるおそれがあるため、定量リスク分析においては特に留意が必要である。このため、意思決定者にとっては、事前に仮説とベースケースモデルを慎重にチェックすることが重要になる。

3.3 確率変数として捉えるべき変数の選定

2節では少数の変数のみで構成される単純な費用モデルを示したが、実際にはベースケースモデルが多数の変数から構成される場合も少なくない。その場合でも、全ての変数を確率変数として捉え、確率分布を与えて分析を行うことは技術的には可能である。しかし、これはベースケースモデルに欲張って多くの変数を盛り込むことと同様に、アウトプットの解釈を困難にする。このため、分析の目的が特定の変数に焦点を当てることが明確な場合を除いて、どの変数を確率変数として捉えるべきかを分析目的に照らして慎重に選定する必要がある。

ここでは、3.1節で述べた定性リスク分析や準定量リスク分析の結果を手かがりとして、ベースケースモデルに基づく感度分析によって、各変数の変化がアウトプットにもたらす影響を検討する方法がある。その際、各変数の変動幅をどう設定するかが重要となる。感度分析では各変数のベースケース値の±10%など一定の変動幅が設定される。これは、各変数の変動幅が不明な場合に、着目すべき変数を把握する方法としては有効である。しかし、定量リスク分析では、後述するとおり、変動幅を含む確率分布を何らかの方法で想定しなければならない。また、各変数はプラスにしか変化しない、±5%しか変化する余地がない、あるいは±30%も変化する可能性があるなど、固有の特性を有する場合が多い。このため、画一的な変動幅を設定しても、確率変数として捉えるべき変数を選定する上では有用ではない。したがって、各変数が変化し得る値の幅を変動幅として設定して感度分析を実施する必要がある。また、分析対象期間に当該変数が変化するものであるか、あるいはどれだけ変動する可能性があるかという視点も重要である。2節の例で変動費と固定費という経済用語を用いたが、固定費も中長期的にみれば変動する可能性がある。両者はあくまでも分

析対象期間において変化する可能性があるかどうかという相対的な区分に過ぎない。したがって、この段階では、例えば、理論的には±∞の値をとり得る変数であっても、分析対象期間において、現実的にとり得る概ねの変動幅を想定するなどの実務的な取り扱いが必要な場合があることに留意する必要がある。

3.4 確率変数の確率分布の推定

3.3節で選定した確率変数について確率分布を推定するプロセスは、ある程度のデータさえあれば、@RISKやCrystal Ballが有する強力な機能を用いて、さまざまな確率分布について、パラメータ推定と適合度検定を容易かつ自動的に行うことができる。

ただし、このようなソフトウェアを用いる場合、容易かつ自動的であるがゆえに、そこには大いに留意すべき点がある。例えば、変数の変動に関する理論的な背景から確率分布の分布形を同定すべきであるにもかかわらずこれを無視したり（例えば、最大値の分布は極値分布など）、変数が取り得る値の特性（連続/離散、有界/非有界/半有界、期待値が特定の値をとるなど）を無視したりすることが挙げられる。また、適合度検定（ χ^2 適合度検定、K-S適合度検定、A-D適合度検定）の理論的な背景や特性を十分に考慮せず、ある検定結果がそれなりに良好であるという理由で安易に確率分布を推定することも少なくない（いずれの検定結果も良好ならばそれで十分な場合も多いが）。

一方、重要な確率変数について十分なデータがない場合、専門家や当該変数に関係する責任者の意見に基づいて確率分布を推定する必要がある。しかし、客観的に確率分布を推定できるデータがないからといって確率変数として取り扱うことを諦めることも見受けられる。客観性をどう担保するかについてはさまざまな議論があるが、少なくとも、重要な確率変数を確定的な変数として取り扱うことは定量リスク分析の分析結果を誤らせる大きなモデルリスクの要因になる。

3.5 確率変数間の依存関係の付与

確率変数の間に依存関係（従属関係および相関関係）がある場合、これを無視してしまうと大きなモデルリスクの要因になる。

従属関係については、ベースケースモデルを構築する際に、変数間の従属関係が定式化されていることが通常であるが、定量リスク分析においては従属関係の不確実性を組み込んでおかなければならない場合もある。その方法としては包絡線法がある（4.2.4参照）。

一方、相関関係については見逃されがちである。例

例えば、二つの同一の一様分布に従う変数の和の分布は、二変数が相互に独立ならば三角分布、順相関ならば一様分布、逆相関ならば分布を持たない一点値になる。すなわち、いくら各変数の確率分布を適切に推定したとしても、変数間の相関関係を適切にリスクモデルに反映させなければ、アウトプットの分布は適切に得られない。なお、@RISKやCrystal Ballにおいては、複数変数間の相関行列を与えることでシミュレーションに相関関係を反映させることができる。ただし、相関関係はスピアマンの順位相関として反映される。

3.6 シミュレーションの実行

ベースケースモデルに変数の確率分布と変数間の依存関係を与えることでリスクモデルが構築される。これに基づいてアウトプットの確率分布を導出するためにモンテカルロシミュレーションを実行する。

モンテカルロシミュレーションにおいて、分布から標本を無作為抽出する方法として、モンテカルロ法やラテンハイパーキューブ法等がある。モンテカルロ法は純粋に無作為標本を抽出したい場合に有用だが、分布を十分に再現するためには非常に多数のサンプリングを行うことが必要になる。一方、ラテンハイパーキューブ法は、標本抽出の無作為性に欠けるものの、比較的少ない試行回数で分布を再現することができる。このため、実務においては、ラテンハイパーキューブ法やその改良版を用いることが一般的である。

また、確率分布を生成する際の乱数発生方法にはさまざまな方法がある。確かに、モンテカルロシミュレーションに用いられる乱数はあくまでも擬似乱数に過ぎず、純粋な乱数ではない。そこで、できるだけ長周期性、均等分布性に優れ、かつ高速生成が可能な乱数発生方法（例えば、メルセンヌツイスター法など）を用いることが望ましい。しかしながら、@RISKやCrystal Ballの乱数発生方法を用いる限り、通常の実務において用いられるモデルに含まれる確率分布の数や実行される試行回数の範囲では、周期等に特段の配慮を払う必要性は少ないと考えられる。

4. 定量リスク分析の例

最も単純な定量リスク分析としては、天候デリバティブが挙げられる。ここでは、道路の除雪費用の変動をヘッジする天候デリバティブの適用事例を示す。

4.1 天候デリバティブの概要

天候デリバティブとは、契約に基づき、天候に係る指標（気象指標）の値が一定の条件を満たした場合に

補償金が支払われる金融商品（コールオプション）のことである。天候によって収益等が変動するリスクをヘッジするリスクファイナンス手法として用いられる。天候デリバティブは損害保険会社や銀行などの金融機関が取り扱っている。わが国では1999年に初の契約が締結されて以来、市場規模および活用する産業とも拡大基調にある。2006年末には市場規模（最大補償額ベース）は750億円に達すると予想されている[4]。

天候デリバティブとこれに類似する保険商品（異常気象保険）との差異を表1に整理する。また、天候デリバティブ契約において規定される事項を表2に示す。さらに、天候デリバティブの補償金額と契約条件および対象指標値との関係を図1に示す。

表1 異常気象保険と天候デリバティブの比較

	異常気象保険	天候デリバティブ
補償対象	天候に起因する実際の損失額	損失だけでなく、利益減や費用増なども対象
補償額の確定方法	補償対象の損失か否かを査定することで確定	契約条件と気象指標の値によって確定
ヘッジの有効性 ¹	査定に基づく損失額をフルカバー	損失等の額と補償額は必ずしも一致しない ²
支払い手続きの簡便性	煩雑な査定手続き（資料作成や査定対応など）	査定を伴わないため、支払手続きは簡便
支払いの迅速性	査定を伴うため、支払いに時間を要する	査定を伴わないため、支払いは迅速
リスク移転	保険市場	金融市場

*1: 契約に基づく支払い上限額の範囲

*2: 契約条件と気象指標の値によって、補償額が損失等の額を超える場合もあれば、これに満たない場合もある。

表2 天候デリバティブ契約において規定される事項

項目	内容	備考
対象指標	補償額算定に用いる指標	
観測地点	対象指標の観測地点	
観測期間	対象指標の観測期間	数日～数ヶ月など
対象日	対象指標の観測対象日	全日/平日/休日/営業日
ストライク値	補償金の支払いが発生する対象指標の値	図1参照
単位価額	対象指標の一単位あたりの補償額	
支払い限度額	補償額の支払い上限額	

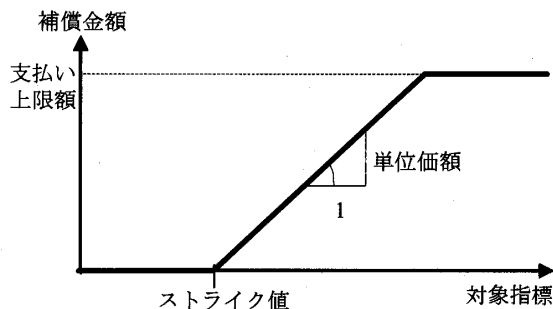


図1 天候デリバティブにおける補償金額

天候デリバティブでは、小さなストライク値、大きな単位価額、そして大きな支払上限値を設定すれば、より大きな補償金を受け取ることができる。しかし、天候デリバティブの価格は、実務的には過去の気象データに基づく損害保険会社等の期待支払額を基に算出されるため、天候デリバティブの価格は高くなる。したがって、気象事象に起因する損失を効率よくヘッジするためには、気象リスクを適切に分析し、最適な天候デリバティブの商品設計を行うことが重要となる。

4.2 道路除雪への天候デリバティブの適用事例

4.2.1 除雪費変動リスクヘッジの必要性

積雪寒冷地域において、道路除雪は冬期の道路交通機能の確保、交通安全性の確保、都市機能の低下の抑制を図るために必要不可欠な公共サービスである。

除雪費は、予算において維持修繕費（国道の場合）に含められて年度初めに確定する。一方、除雪費が除雪業務量に応じた完全出来高制で道路管理者から請負業者に支払われる場合、除雪費は降雪状況によって変動する。しかも、降雪は年末近くから年度末にかけて発生するため、年度末まで当該年度の除雪費は読めない。そこで、通常期には不急の維持修繕を抑制して冬期の除雪費の発生に備える。そして、冬期に除雪費が少なく済めば、残予算が発生するため、抑制された維持修繕が年度末に集中発注される。逆に、多額の除雪費が発生すれば、残予算が発生しないため、抑制された維持修繕は翌年度以降に先送りされる。このように、除雪費の変動は除雪だけでなく、年間の計画的かつ適切な道路維持修繕をも困難にする。このため除雪費変動リスクのヘッジが必要となる。そこで、さまざまな検討を経て、ヘッジ手法として天候デリバティブを活用することとした。

4.2.2 天候デリバティブの商品設計

まず、気象事象と除雪費との関係について気象学的に仮説を設定し、降雪量、積雪量、気温等に関連する6つの気象指標を抽出した（積雪 x cm 以上の日数など、閾値をさまざまに設定した指標も1つとカウント）。

次に、観測地点を設定した。気象学的観点からは、周辺の地形条件等によっては、一概に、検討対象の道路（工区）の最も近傍に位置する気象観測地点を選定すればよいとはいえない。ただし、この検討では、周辺の地形条件等を勘案し、最も近傍の気象観測地点を観測地点とすることが妥当であるとの結論に至った。

観測期間は当該観測地点における過去の降雪状況か

ら12月1日～3月31日とし、対象日は全日とした。

除雪費の内訳としては、一般除雪費、排雪費、歩道除雪費、凍結防止工費がある。ここでは、気象以外の要因にも左右される凍結防止工費を除く3費目およびこれらを組合せた7つの除雪費実績額（道路延長1 kmあたり）に対して、6つの気象指標との相関分析を行った。その結果、非常に良好な相関関係を示す組合せがいくつか得られた。より大きな除雪費変動リスクをヘッジするという分析の目的に鑑み、3費目の合計額（以下、単に除雪費と呼ぶ） y （千円）と積雪50 cm以上日数 x （日）との相関関係（(4)式）を用いて、天候デリバティブの商品設計を行った。

$$y = 152.94x + 24253 \quad (4)$$

$$R^2 = 0.9737, \sigma_{xy} = 3418$$

(4)式から、天候デリバティブの単位価額を152.94（千円）とすることが最も効率的である。ストライク値は、毎年度、道路管理者が確実に除雪費に充当可能な予算額から(4)式を用いて逆算し、44日と設定した。支払い限度額は過去の除雪費実績の最大値から(4)式を用いて逆算し、8,260（千円）と設定した。

以上より、本検討における天候デリバティブの商品設計は表3に示すとおり整理される。

4.2.3 天候デリバティブのプライシング

気象庁より入手可能な当該観測地の積雪データ27年分（1977～2003年）から、対象指標（非負）の確率分布を推定すると、図2に示す一般化ベータ分布が得られる（整数処理）。次に、対象指標をこの確率分布に従って発生させ、表3の天候デリバティブ契約に基づいて損害保険会社等の期待支払額をモンテカルロシミュレーションによって求めると、この天候デリバティブの価格は約163万円として得られる（図3）。

4.2.4 天候デリバティブの導入効果の検証

天候デリバティブの除雪費変動リスクのヘッジ効果を検証するために、天候デリバティブの有無別に除雪費の分布をモンテカルロシミュレーションによって求めた（表4、図4）。その際、除雪費と対象指標は完全

表3 天候デリバティブの商品設計

項目	内容
対象指標	積雪 50cm 以上日数
観測地	XXXX アメダス（最近傍観測地点）
観測期間	12月1日～3月31日
対象日	観測期間全日
ストライク値	44日
単位価額	152.94千円/日
支払い上限額	8,260千円

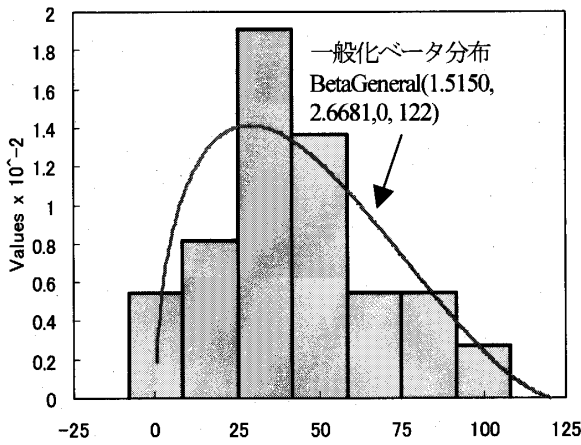


図2 積雪 50 cm 以上日数データと適合分布

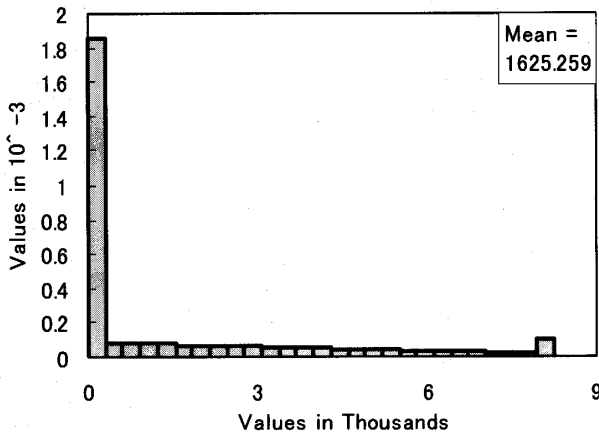


図3 支払額（補償額）の分布

に相関していないため、従属関係の不確実性を式(5)のとおり包絡線法によりモデル化した。これは、(4)式の回帰直線から $\pm 2\sigma_{xy}$ だけ変動するリスクが、釣鐘型の PERT 分布に従って発生することを意味する。

$$y = 152.94x + \text{PERT}(17417, 24253, 31089) \quad (5)$$

表4および図4からは、天候デリバティブの活用により、除雪費の期待値は変化せず、最小値は天候デリバティブの価格分（163万円）だけ増大するものの、最大値はヘッジ効果により663万円だけ減少し、変動幅も826万円減少することが分かる。この結果から、除雪費変動リスクのヘッジ手法として設計した天候デリバティブ商品の有効性は支持されると考えられる。

5. おわりに

4節で述べた天候デリバティブのプライシング自体は最も単純な定量リスク分析の部類に属するが、対象

表4 天候デリバティブの有無別の除雪費の分布

除雪費	天候デリバティブ			備考
	活用なし	活用あり	差分	
平均値	3101万円	3101万円	0万円	価格と補償額が相殺
最小値	1846万円	2009万円	163万円	価格分だけ増大
最大値	4785万円	4122万円	663万円	変動ヘッジ効果
変動幅	2939万円	2113万円	826万円	変動ヘッジ効果

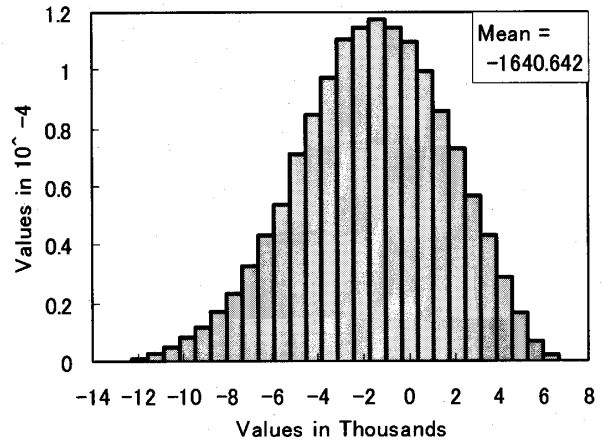


図4 天候デリバティブの有無による除雪費の差の分布

指標の選定から商品設計に至る気象リスクの定量分析のプロセスや天候デリバティブ導入効果の検証は、3節で述べた定量リスク分析の留意点（変数間の相関関係の付与を除く）を踏まえた好例と考えられる。

今後、さまざまな領域において定量リスク分析が活発に実施されるものと期待される。本稿が何らかの参考になれば幸いである。

注

紙面の都合上、定量リスク分析のテクニカルな事項の多くは省略した。詳細は参考文献[1]を参照のこと。

参考文献

- [1] V. David, "Risk Analysis: A Quantitative Guide," Wiley, 2000. 長谷川専, 堤盛人訳, 『入門リスク分析』, 勁草書房, 2003.
- [2] 土方薫, 『天候デリバティブ』, シグマベイスキャピタル, 2000.
- [3] 甲斐良隆, 加藤進弘, 『リスクファイナンス入門』, 金融財政事情研究会, 2004.
- [4] 日本経済新聞 2006年4月8日付け朝刊第4面.