

OR 40 年 (19)

日本 OR 学会会長
中央大学 教授 今野 浩

19. 最適化の時代

ジョージ・ネムハウザー教授（ジョージア工科大学）は、1993 年の Operations Research 誌に、「最適化の時代：大規模な現実問題の解決」というタイトルのエッセイを書いている。ここでネムハウザーは、単体法に始まる最適化技術の発展を振り返り、次のように述べている。

アルゴリズムと計算機の目覚ましい進歩の組み合わせにより、10 年前には誰も夢想すらしなかったスピードで、超大型の線形計画問題や整数計画問題が解けるようになった。重要なことは、これらの問題がパソコンやワークステーション上で解けるようになったことである。この結果、様々な組織におけるロジスティクス、製造、ファイナンスなどの問題の解決に、数理計画法が大々的に利用されるようになった。

また OR スタッフを持たない中小組織でも、モデリング言語、グラフィカル・インターフェースなどの助けによって、これらの手段が使えるようになったため、多方面に大きなマーケットが広がっている。

このエッセイを読んだのは、「数理決定法入門」という教科書を出版した直後だったが、その最終章「OR の過去、現在、未来」に記した、ハイトーンのメッセージを遥かに上廻る高らかな進軍ラッパを聴いて、少々戸惑いを覚えた記憶がある。

ネムハウザーは、2 冊の教科書「動的計画法入門」（66 年）、「整数計画法」（72 年）で古くからわが国でも良く知られた大物教授で、多くの実用的最適化問題を解いた実績を持っている。若い頃から歯に衣を着せない毒舌で鳴らしたが、その outspoken-ness は年と

ともに強度を増し、いまや実績に裏打ちされた強烈な自信は、ひとりのカーマーカーをも上廻る勢いである。

ネムハウザーが言うとおりに、80 年代半ば以降の最適化技術の発展には、目を見張るものがあった。83 年以降の E. Johnson と IBM グループによる、大規模スケジューリング問題の効率的解法、84 年のカーマーカーの内点法、87 年の E. Johnson と M. Padberg らの、大規模巡回セールスマン問題の効率的解法などは、専門家たちを驚かせるに十分なものだった。

また内点法の追撃を受けて、単体法も著しく改良され、10 年で 10 倍の法則（10 年ごとに 10 倍大きな問題が解けるようになるという経験則）は上方修正された。この結果、10 年前には決して解けないと思われていた問題が、極めて高速に解けるようになったのである。

面白いことに、大規模な整数計画問題の解決に決定的な役割を果たしたのが、ネムハウザーがかつて「悪しき OR 研究の見本」と切り捨てた、E. Balas らの「整数多面体のファセット構造」や「離接カット」の研究だった。

若い頃、物理学者高橋秀俊教授（東大）の“真理とは役に立つことなり”という言葉聞いて感動したもののだが、このとき“美しい理論はいつか必ず役に立つ”ということを確認したのである。

しかしネムハウザー論文を読んだとき、私はこれを自分のこととして実感するには到らなかった。なぜなら、私が関わっていたポートフォリオ理論の分野では、まだそれほど大きな問題を解くニーズはなかったからである。

また大規模なスケジューリング問題や巡回セールスマン問題が解けたとはいっても、それを解くことが出来るソフトはジョンソンらが開発したソフト PIPX だけだったから、いかにこの人たちが有能だからとい

って、100%それを信用することは出来なかった。因みにジョンソンとパドバークは、それぞれダンツィク教授とバラス教授が最初に育てた弟子である。

ネムハウザー論文から数えてほぼ10年後の2002年、ロバート・ビクスビー教授（ライス大学）は、Operations Research 誌に「現実の線形計画問題の解法：この10年間の進歩」という論文を書いている。この人は、80年代初めに単体法をベースとする線形計画ソフトウェアの開発に乗り出し、87年に出したCPLEX 1.0を皮切りに、継続的に線形計画/整数計画ソフトの開発に携わってきた人である（現在はILOG社の技術部門の責任者を兼ねている）。

この論文でビクスビーは、CPLEX改良の軌跡を詳しく説明した後、以下のように締め括っている。

過去15年の間に、計算機の処理スピードが約1,000倍、アルゴリズムの改良によるスピードアップが約2,000倍、合計で200万倍の計算速度の向上が実現された。この結果、10年前に1年を必要とした計算が、今では30秒以下で終わるようになった。恐らく誰も、1年もかかる計算などやろうとは思わないだろう（少なくとも私はそんな人を知らない）。このような進歩が具体的に何を意味するのか、まだ良く分らない。しかしそれは事実なのである。われわれはいまや、たった数年前の最新技術を無力化するような最適化エンジンを手に入れた。この結果、かつては絶対不可能と思われていた問題が解けるようになり、新しい応用分野は限りなく広がった。

ネムハウザーが10年前に述べたのとそっくり同じ言葉が、一層拡大された形で繰り返されたのである。

80年代初めに、10年間研究してきた整数計画法から撤退したとき、私は2度とこの分野に戻ることはないだろうと思っていた。もともと整数計画法に参入した目的は、バラスたちのアイデアを、双線形計画問題ははじめとする非凸型最適化問題に応用することだった。残念なことに、当時はこの目的を達成することは出来なかった。ところがそれから20年を経て、整数計画法は全く思いがけない形で、非凸型最適化問題の解決に役立つことになったのである。

その1つは、80年代以来ターゲットとしてきた、非凸型取引コストの下でのポートフォリオ最適化問題が解けたことである。ダンツィク教授が1954年の論

文で示した通り、この問題は0-1変数を導入することにより、整数計画問題として定式化することが出来る。しかし80年代には、0-1変数が数百個程度の問題しか解けなかった。われわれの問題の場合、最低でも2,000から3,000個の0-1変数が必要とされるから、これは当時としては“絶対に解けるはずがない”問題だった。

しかし2003年になって、たまたまCPLEX 8.0を使ってみたところ、これらの問題がいともあっさり解けてしまったのである（このことは既に第17回目に書いた）。味を占めたわれわれは、同じ方法をかねて研究してきた、凹型生産コストの下での生産・輸送問題に適用した。するとこれまた、従来より10倍以上大きな問題が解けてしまった。ダンツィク教授が提案した方法が、50年目にして実用化されたのである。

ビクスビーによれば、某大手企業のサプライ・チェーン最適化問題をCPLEXで解いたところ、在庫コストが20%減少したという。これは1,900万変数、1,000万制約式の混合整数計画問題を解いた結果である（なおこの問題は、普通のワークステーション上で90分で解けている）。また大手食肉会社の牛肉解体作業の最適化においては、在庫が80%削減されたという。これまた25万制約、30万変数に上る混合整数計画問題を解いた結果である（5年前にはこの問題は絶対に解けないと考えられていた）。

このようにCPLEXは、様々な組織の最適化に応用され、目覚ましい成果を生んでいる。しかし気掛かりなのは、果たして本当に最適解が求まっているのか、という点だった。20%のコスト削減が実現されたという実績を見れば、得られた解が最適解か否かを問う必要はないのかもしれない。しかしアルゴリズムの専門家としては、決して見過ごせない点である。

この点について東大の松井知己氏は、2003年の春の時点で、“大規模な0-1整数計画問題を解くことが出来るのはCPLEXだけなので、得られた解の正しさを検証することが出来ない。したがってそれを他人に保証することは出来ない”と、20年前に私がPIPXに抱いたのと同じ感想を述べていた。

しかし、その後間もなく状況は変わった。2003年夏に、凹型取引コストの下でのポートフォリオ最適化問題を、(収束性が保証されている)大域的最適化アルゴリズムとCPLEXの両方で解かせてみたところ、どちらも同じ解を生成することが明らかになったのである。3,000個の0-1変数を含む問題に対して、両者

が同じ解を打ち出したと言うことは、CPLEX の信頼性を確認する1つの根拠を与えるものである。

さらに2004年になって、DASH Optimization社のソフトウェア Xpress-Mp を用いていくつかのテスト問題を解かせてみたところ、すべての問題に対して、CPLEX と全く同じ解を、しかも場合によっては数倍速く生成することが確認された。CPLEX の信頼性を裏付ける、より性能の高いソフトウェアが誕生したというわけである（なおピクスビーによれば、2004年1年間で CPLEX は更に3倍速くなったという）。

90年代半ばに線形計画法ソフトウェアの分野で、単体法ベースの CPLEX と、内点法ベースの OB1 がチャンピオンシップを争った時代があった。両者一歩も譲らぬ白熱したゲームは、OB1 の CPLEX への身売りによって終了し、単体法と内点法を組み合わせた CPLEX が覇権を握った。

あれから10年、整数計画法を舞台に、新たなバトルが始まったようである。線形計画法アルゴリズムに強い、ピクスビー＝ルスティグ・コンビの CPLEX と、整数計画法のカリスマ、エゴン・バラスとその軍団がサポートする Xpress の闘いは、いずれが勝利するのだろうか。両者の競合の中で目覚しい改良合戦が続けば、10年後にまた誰か（望むらくは日本人）が、“10年前には夢想も出来なかった大型最適化問題が解けるようになった”，と書くことになるだろう。

もしそれが事実となれば、誰もが「最適化の時代」を実感するようになるはずである。「最適化の時代」を実現する上で最も重要な役割を担うのは、もちろん「OR」である。われわれは繰返しこのことを世間にアピールすることによって、OR のプレゼンスを高めてゆく必要があるのではなかろうか。因みに INFORMS では、昨年以來 OR を「Science of Better」と位置づけ、最適化の時代に向けて大々的なキャンペーンに乗り出している。

「最適化の時代」の到来を阻むものがあるとすれば、それはこの分野の研究者や技術者のインセンティブを阻害する外的な力が働くことである。そして私はひそかにこのことを心配している。それは80年代以降の米国発「何でも特許戦略」と、「どこでも特許戦略」

である。

81年に初めて市民権を得たソフトウェア特許は、すでに社会に定着し、米国では年3万件が、また日本でも年1万件の特許が成立している。しかし2003年に発表された米国通商委員会の報告によれば、当初から心配されていたとおり、大量の互いにオーバーラップするソフトウェア特許群が“特許の藪”を作り出し、新たなソフトウェア開発を阻害しているという。

さらに懸念されるのは、21世紀に入ってから特許権の及ぶ範囲が劇的に拡大され、いまやアカデミック・コミュニティが、研究のために新技術を利用することが、特許侵害で訴えられる時代になってしまったことである。2002年のデューク大学事件判決は、「試験研究として特許権の効力が及ばない範囲は、単なる気晴らしか、閑暇に任せて好奇心を満足させるためか、あるいは純粋に哲学的な探求だけである。またこの原則は大学であろうが企業であろうが、どこにでも同等に適用されるべきである」と述べている。この結果、試験研究の例外的範囲は極限にまで狭められた。

もし1980年代にこの原則が確立していれば、AT&T-カーマーカーの内点法囲い込み戦略は成功していたはずである。内点法の研究者は、誰もがAT&Tに特許使用料を支払われなくてはならず、結果的にその研究は著しく阻害されただろう。またバラスのファセット・カットや、ブランチ・アンド・カット法などが特許になっていけば、CPLEX も Xpress も存在しなかった可能性が強い。

21世紀の人類には様々な危機が迫っている。エネルギー、資源、環境、食料などの制約によって、地球と人類の存続に赤信号が灯っている。石井威望氏によれば、情報技術で時間稼ぎしてトンネルを抜け、バイオにつなげるしか人類が生き延びる道はないという。

ミクロ的に見れば、「最適化の時代」は企業や組織の活動の効率化に貢献する。マクロ的に見ればこれは希少な資源の節約につながる。最適化によって資源を30%節約することが出来れば、「運命の日」の到来を10年遅らせることが出来るかもしれない。人類社会の危機を乗り越えるために、OR と最適化技術が極めて大きな役割を担っているのである。