スポーツスケジューリング —近年の発展—

宮代 隆平
東京農工大学大学院共生科学技術研究院
r-miya@cc.tuat.ac.jp

概要

スポーツスケジューリングとは，スポーツ競技における最適な対戦順序，対戦スケジュール，競技施設の割当等を決定する分野である．オリンピックやワールドカップに代表されるように，近年のスポーツ競技の経済規模は膨大なものがあり，それに応じてスケジューリングの重要性もますます増加している．また，最近のアルゴリズムと計算機の進歩により，実用規模のスポーツスケジューリング問題が数理的な手法で解けるようになってきている．現在スポーツスケジューリングの問題は，組合せ最適化，数理計画，メタヒューリスティクス，グラフ理論，制約論理，デザイン理論，組合せ理論など多くの分野で扱われているが，本稿ではそれらのうちいくつかの代表的な問題について触れ，最近の研究のトレンドを紹介する．

Keywords: スケジューリング，タイムテーブリング，リーグ戦，スポーツ

1 はじめに

アメリカ大リーグといえば，世界でもっとも規模の大きなスポーツ団体の一つであることは間違いないだろう．大リーグの総収入は年間で 50 億ドルを超え，間接的なものまで含めると，その経済効果は計り知れないものがある．それにともない，大リーグの試合スケジュールの作成も，非常に大きな意味を持つことは容易に想像できる．1 年間に 2400 試合以上の試合を行う大リーグのスケジュール作成は，毎年公募に出されており，2005 年にはカーネギーメロン大学の Trick らが作成したものを採用した [41]．ここで Trick とは，2002 年に INFORMS の会長だった Michael Trick のことを指している．

このように欧米では，OR の研究者がスポーツ競技のスケジュール作成を行うことが増えてきている．アメリカ大リーグ以外にも，ここ数年ではブラジルのプロサッカーリーグ (Ribeiro, Urrutia [30]), アメリカ西海岸大学対抗バスケットボール (Nemhauser, Trick [27]), ドイツのプロサッカーリーグ (Bartsch, Drexl, Kröger [4]) など，大規模なスポーツ競技団体を含むさまざまな実例がある．OR の手法を用いたプロスポーツ競技のスケジュール作成の波は，やがて日本にも上陸することだろう．

スポーツ競技における対戦順序，競技施設の割当などをうまく決定し，質の良いスケジュールを作成する分野は，スポーツスケジューリングと呼ばれている．スポーツスケジューリングの研究は，1970 年代から散発的に行われていたが，1990 年代の後半から研究が特に活発になってきた．スポーツスケジューリングの研究が活発化したのは，近年の計算機の発展により実用規模の問題も解けるようになったのがきっかけではあるが，その影響で理論的な問題に対する研究もさかんになってきている．スポーツスケジューリングにおける理論的な問題は数理的な観点からも興味深いものが多く，組合せ最適化，数理計画，メタヒューリスティ

クス，グラフ理論，組合せデザイン理論，制約論理など，多数の分野から研究者が参入している．

本稿では，スポーツスケジューリングの最近の研究に関して，いくつかの理論的な問題を中心に紹介する．まず 2.1 節において，基本的な用語を定義し，以下 2.2–2.5 節でそれぞれ移動距離最小化問題，ブレーク数最小化問題，Home-Away Table 許容性判定問題，carry-over effect 値最小化問題を紹介する．また第 3 章では，上記の問題以外における近年の発展や，スポーツスケジューリングについて参考となる情報について述べ，第 4 章でまとめとする．

2　スポーツスケジューリングにおける代表的な問題

2.1　用語の定義

本稿では，次のような総当りリーグ戦のスケジューリングについて考える：

- チーム数は偶数（以下 n とする）;
- 各チームは他の $n-1$ チームと 1 回ずつ対戦を行う；
- 全てのチームが 1 日（あるいは 1 週間など）に 1 回試合を行い，$n-1$ 日でリーグ戦が終了する．

プロスポーツ競技における総当りリーグ戦では，各チームが本拠地を持っており，各試合はどこかのチームの本拠地で開催されることが多い．以下，2.2–2.4 節では，次の条件の下で総当りリーグ戦が行われるとする：

- 各チームはそれぞれ相異なる本拠地を持つ；
- 各試合は，対戦する 2 チームのどちらかの本拠地で行われる．

チーム	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目
1	3	@4	5	@6	2
2	@5	6	$\underline{4}$	$\underline{3}$	@1
3	@1	5	@6	@$\underline{2}$	4
4	@6	1	@2	5	@3
5	2	@3	@$\underline{1}$	@$\underline{4}$	6
6	4	@2	3	$\underline{1}$	@5

図 1: チーム数 6 のスケジュール

図 1 は，上記の条件を満たすスケジュールの一例である．スケジュールのそれぞれの行は各チームに対応し，行内の数字は日ごとの対戦相手を表している．図 1 のスケジュールでは，チーム 1 は 1 日目にチーム 3 と対戦し，以下チーム 4, 5, 6, 2 の順序で試合を行っていく．各試合の前にある@の記号は，その試合が対戦相手の本拠地で行われることを示してい

る．つまり，チーム 1 はチーム 4 と 2 日目に試合を行うが，この試合はチーム 4 の本拠地で行われる．逆に@がついていない試合は，自チームの本拠地で行われる．それぞれのチームにとっての本拠地を**ホーム**，それに対して他チームの本拠地を**アウェイ**と呼ぶ．また各チームにとって，ホームでの試合を**ホームゲーム**，アウェイでの試合を**アウェイゲーム**と呼ぶ．

2.2 移動距離最小化問題

前節で述べた,「各チームがそれぞれ異なる本拠地を持ち，各試合は対戦するチームのどちらかの本拠地で行う」というリーグ戦の形式は，野球，サッカーなどをはじめとするプロのスポーツ競技で広く用いられている．このとき，リーグ戦のスケジュールをうまく作成することにより各チームの移動距離の総和を最小化する問題が移動距離最小化問題である．国土が広大な国では，移動距離を減少させることによる移動コストの削減効果は非常に大きくなる．最近では，Ribeiro, Urrutia [30] が，メタヒューリスティクスを用いてブラジルのプロサッカーリーグ（2003 年，24 チーム）の移動距離最小化をはかり，費用にして約 270 万ドルの削減に成功した．彼らの作成したスケジュールの総移動距離は 55 万 km だったが，同時にスケジュール委員会が手作業で作成したスケジュールの移動距離は約 150 万 km だったと報告されている．

移動距離最小化問題は，対象とするそれぞれのスポーツ競技によって条件が異なるが，現在ではベンチマークとして Traveling Tournament Problem（以下 TTP）がよく知られている．TTP のベンチマークデータは，Trick による Web ページ [37] に公開されている．（与えられる制約条件により，問題にいくつかの種類がある．）TTP の問題例は適度に抽象化されており各種のスポーツ競技に容易に適用できること，また，問題の数値データ，現在までの最良の上界と下界の記録が公開されていることから，この問題に対する研究が一気に広まった．現在も，新しいインスタンスが公開されるとともに激しい競争が起こっている（表 1 はインスタンス NFL16 [37] の最良暫定解の変遷）．

表 1: TTP, NFL16 instance の変遷 [37]

最良暫定解	ギャップ	年月	グループ
インスタンス公開		2005 年 12 月	Trick
241973	8.12%	2005 年 12 月	Langford
241264	7.80%	2006 年 1 月	Di Gaspero 他
241214	7.78%	2006 年 3 月	Langford
238581	6.60%	2006 年 3 月	Di Gaspero 他
237428	6.09%	2006 年 4 月	Langford
235930	5.42%	2006 年 10 月	Langford
231483	3.43%	2007 年 5 月	Van Hentenryck 他
223800	下界	2006 年 6 月	Melo 他

TTP の上界は，制約論理法，整数計画法，メタヒューリスティクスなどを用いて求められているが，これまでのところ一番成功を収めているのはメタヒューリスティクスによる解法である．特に，Anagnostopoulos, Michel, Van Hentenryck, Vergados [1] によるシミュレー

テッド・アニーリングを用いた手法は，多くのインスタンスについて従来得られていた上界値の記録を大幅に更新した．現在も TTP の最良暫定解の大部分が彼らによって発見されたものである．ただ最近の研究では，シミュレーテッド・アニーリングが特に TTP に向いているというわけではなく，[1] で提案されている近傍が鍵だと指摘されている．TTP はその名前の通り，巡回セールスマン問題 (TSP) とよく似た構造を含むが，[1] で提案されている近傍も ejection chain の一種とみなす事ができ，巡回セールスマン問題の研究によって得られた知見をうまく生かしている．

表 2: TTP の下界／上界値 (NL instances [37])

チーム数	下界	上界	ギャップ
4	8276	8276	0
6	23916	23916	0
8	39479	39479	0
10	57500	59436	1936 (3.37%)
12	107494	110729	3235 (3.01%)
14	182797	188728	5931 (3.24%)
16	249477	261687	12210 (4.89%)

一方，TTP の下界値の更新は進んでいない．TTP は同程度の規模の巡回セールスマン問題と比較して最適解を求めるのが極めて困難である．例えば，現時点において最適解が求められているのは，チーム数 8 以下の問題例に限られている（表 2）．これは，1000 都市程度の巡回セールスマン問題がパソコンで簡単に解けるようになっている現状とは対照的である．

TTP の下界としては，各チームが最短距離で他のチームの本拠地を巡回した時の総和である independent bound [15] と呼ばれるものが良く知られている．Independent bound は最適解とのギャップが 3〜5%におさまると経験的に言われており，シンプルだがかなり性能の良い下界である．しかし，ここから下界を上げるのは難しく，チーム数 8 の最適解でさえ 20 台の計算機上で並列分枝限定法を 5 日間走らせることにより得られたものである（Easton, Nemhauser, Trick [15]）．最近，Urrutia, Ribeiro [39], 藤原ら [18] は，independent bound より若干性能の良い下界を考案し，いくつかのインスタンスについて下界値を更新している．しかしながら，チーム数 10 以上のインスタンスに関して，これまでの手法では現実的な時間内に最適性を証明するのは難しく，研究に何らかのブレークスルーが必要だと考えられる．

また，Trick らは TTP に続き Traveling Umpire Problem [36] という問題を最近提唱した．これはチームの総移動距離ではなく，審判の総移動距離を最小化する問題であり，制約条件が TTP よりやや複雑である．これについてもベンチマーク集が [40] に公開されていることから，今後 Traveling Umpire Problem に対しても研究が進んでいくだろうと思われる．

2.3 ブレーク数最小化／最大化問題

2.1 節で説明したように，図 2 のスケジュールは各チームがそれぞれの日において「どのチームと」「どちらの本拠地で」対戦するか，という情報から成り立っている．本節では，あらかじめ「どのチームと対戦するか」のみが決められている場合について考える．図 3 のよ

うな，試合開催場所の割当が決定されていないスケジュールが与えられた場合，スケジュールを完成させるためには各試合の開催場所（ホーム／アウェイ）を割り当てる必要がある．

チーム	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目
1	3	@4	5	@6	2
2	@5	6	$\underline{4}$	$\underline{3}$	@1
3	@1	5	@6	@$\underline{2}$	4
4	@6	1	@2	5	@3
5	2	@3	@$\underline{1}$	@$\underline{4}$	6
6	4	@2	3	$\underline{1}$	@5

図 2: チーム数 6 のスケジュール

チーム	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目
1	3	4	5	6	2
2	5	6	4	3	1
3	1	5	6	2	4
4	6	1	2	5	3
5	2	3	1	4	6
6	4	2	3	1	5

図 3: チーム数 6 のスケジュール（開催場所の割当無し）

さて，ホーム／アウェイを決定する際に，何を基準にしたらよいだろうか．スポーツスケジューリングの分野では，チーム t が $d-1$ 日目と d 日目に連続してホームゲームを行う，あるいは連続してアウェイゲームを行うとき，チーム t は d 日目に**ブレーク**を持つ，と呼ばれる．例えば図 2 のスケジュールでは，ブレークが 6 つある．(図 2 中の下線部がブレークに対応.）ブレークの多いスケジュールは，チーム間の公平性が保たれない，各本拠地での試合開催間隔がばらばらになる，などの問題点があり，多くのスポーツ競技において望ましくないスケジュールとされている．

ブレーク数最小化問題とは，試合開催場所の指定が無いスケジュールが与えられたとき，ブレークができるだけ少なくなるように各試合にホーム／アウェイを割り当てる問題である．例えば，図 3 のスケジュール（試合開催場所の割当無し）が与えられたとき，図 2 のようにホーム／アウェイを割り当てればブレーク数は 6 となるが，ブレーク数が 4 となる割当も存在し，それが最適解となる．

ブレーク数最小化問題は，スポーツスケジューリングの中でも比較的新しい問題である．この問題に対しては，1998 年に Régin [29] が制約論理法を用いてチーム数 20 までのインスタンスを，2000 年には Trick [35] が整数計画法を用いた定式化を行いチーム数 22 までのインスタンスを解いている．2003 年には Elf, Jünger, Rinaldi [17] がグラフ上の MAX CUT を求める問題として定式化を行い，専用の分枝限定法を実装してチーム数 26 までのインスタンスを現実的な時間で解いた．宮代・松井 [25] は，ブレーク数最小化問題を MAX RES CUT

およびMAX 2SATとして定式化し，Goemans, Williamson [19] のSDP緩和を用いた近似解法を適用して，大規模なインスタンス（〜40チーム）に対しても高速に質の良いスケジュールが生成できることを実証した．

ブレーク数最小化問題の計算複雑度はNP-困難と予想されているが，まだ解決はされていない．一方，Elfら [17] は,「ブレーク数最小化問題において，ブレーク数がリーグ戦のチーム数未満となるような解が存在するか否かは多項式時間で判定可能」という予想を提出していたが，これは宮代・松井 [24] によって肯定的に解決された．

一方，ブレーク数の最小化ではなく最大化が考慮される場合もある．大リーグの2軍，3軍などでは，質の良いスケジュールよりも，移動費用削減のため移動距離が少ないスケジュールが望ましいとされる．これは前節で扱った移動距離最小化問題であるが，この問題は解くのが難しい．そのかわりに,（図3のような）試合開催場所を割り当てて無いスケジュールを先に決定し，それに対してブレーク数を最大化して近似的に移動距離を小さくしようという試みが以前より行われていた [32]．このように，ブレーク数の最大化は移動距離最小化の文脈で考えられており，近年までブレーク数最小化とは別の問題とみなされていたが，実はこの2つの問題は本質的に等価であるということが [24] で示された．また，ブレーク数最小化／最小化問題を整数計画問題として定式化した場合，その線形緩和問題が半整数性を持つなどいくつかの面白い性質があるが [33, 34]，ここでは割愛する．

2.4 Home-Away Table許容性判定問題

本節では，ブレーク数最小化問題とは逆に，条件として各試合のホーム／アウェイのみが先に固定された状況を考える．実際のスケジューリング現場では，試合開催場所の確保の観点などから，各試合がホーム／アウェイのどちらで行われるかが前もって決められている場合も多い．図4は**Home-Away Table**（以下HAT）と呼ばれる表で，各試合がホームもしくはアウェイのどちらで行われるかを指定している．(HがホームA，Aがアウェイに対応.)

チーム	1日目	2日目	3日目	4日目	5日目
1	H	A	H	A	H
2	A	H	$\underline{H}$	$\underline{H}$	A
3	A	H	A	$\underline{A}$	H
4	A	H	A	H	A
5	H	A	$\underline{A}$	$\underline{A}$	H
6	H	A	H	$\underline{H}$	A

図 4: チーム数6のHome-Away Table

HATが制約条件として与えられた場合，スケジュール作成者はそれに従いスケジュールを作成していく.（図4から作成できるスケジュールのうちのひとつが，図5である.）

しかし，任意のHATからスケジュールが作成できるわけではなく，HATによってはそれが不可能なことがある．スケジュールを作成できるHATの必要条件として，

- それぞれの日について，HとAの数が同数

チーム	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目
1	3	@4	5	@6	2
2	@5	6	$\underline{4}$	$\underline{3}$	@1
3	@1	5	@6	@$\underline{2}$	4
4	@6	1	@2	5	@3
5	2	@3	@$\underline{1}$	@$\underline{4}$	6
6	4	@2	3	$\underline{1}$	@5

図 5: チーム数 6 のスケジュール

- H と A のパターンが全く同じチームが存在しない

というものがあるが，この条件を満たす HAT が全てスケジュールを生成可能というわけではない．図 6 は，上記の条件を満たしているがスケジュールの生成ができない HAT の一例である．

チーム	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目
1	H	A	$\underline{A}$	H	A
2	H	A	H	$\underline{H}$	A
3	H	A	H	A	$\underline{A}$
4	A	H	$\underline{H}$	A	H
5	A	H	A	$\underline{A}$	H
6	A	H	A	H	$\underline{H}$

図 6: スケジュール生成不可能な HAT

与えられた HAT がスケジュールを生成できるか否か（HAT の許容性）を判定する問題が，Home-Away Table 許容性判定問題である．この問題は，既に 1980 年の de Werra の論文 [13] において，未解決問題として提起されている．また，Nemhauser, Trick [27] の論文においても注目するべき問題として触れられており，スポーツスケジューリングの大きな未解決問題の一つである．しかし，これまでこの問題に対する多項式時間アルゴリズム，NP-完全性の証明，許容 HAT（スケジュールを生成できる HAT）の特徴付けのいずれも得られていない．現状では HAT 許容性判定問題は整数計画法 [27] や制約論理法 [20] を用いて解かれることが多いが，これらの方法ではチーム数が多くなると計算時間が増大する．ただし，各チームがブレークを高々1 個しか持たないような HAT に関しては，多項式時間で判定可能な，強力な必要条件が得られている [23]．ごく最近，Briskorn [5] は，さらに強い必要条件を提案し，またこれが HAT が許容であるための十分条件でもあると予想している．

2.5 Carry-Over Effect 値最小化問題

2.2–2.4 節では，リーグ戦の各試合は対戦する 2 チームのどちらかの本拠地で行われるとしてきたが，本節では試合開催場所の概念が無いスケジュールの作成を扱う．

ラグビーやアメリカンフットボールなどのハードなスポーツのスケジュール作成を考えよう．いま，リーグ戦に参加している n チームのうちチーム 2 は非常に強く，チーム 2 と対戦したチームには疲労が残り，その次の試合に影響が残ると想定する．そのような場合，図 7 と図 8 ではどちらが良いスケジュールだろうか？ 図 7 のスケジュールでは，チーム 1 が行う 7 試合のうち実に 5 試合で,「対戦相手の，直前の対戦相手がチーム 2」になっている．したがって，チーム 1 は相対的に有利になると考えられる．以下では，このような観点のもとでチーム間の公平性を評価する尺度を紹介する．

チーム	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目	6 日目	7 日目
1	8	3	4	5	6	7	2
2	3	4	5	6	7	8	1
3	2	1	6	8	5	4	7
4	5	2	1	7	8	3	6
5	4	7	2	1	3	6	8
6	7	8	3	2	1	5	4
7	6	5	8	4	2	1	3
8	1	6	7	3	4	2	5

図 7: coe 値 140 のスケジュール

チーム	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目	6 日目	7 日目
1	4	5	6	7	8	2	3
2	5	4	8	3	6	1	7
3	8	6	5	2	4	7	1
4	1	2	7	6	3	5	8
5	2	1	3	8	7	4	6
6	7	3	1	4	2	8	5
7	6	8	4	1	5	3	2
8	3	7	2	5	1	6	4

図 8: balanced スケジュール (coe 値 56)

リーグ戦のスケジュールにおいて，d 日目にチーム i 対チーム k の試合があり，$d+1$ 日目（n 日目は 1 日目とする）にチーム j 対チーム k の試合が行われるとき,「チーム i がチーム j に **carry-over effect**（以下 coe）を与える」と定義する．与えられたスケジュールに対して，c_{ij} をチーム i がチーム j へ coe を与えた回数とし，これによって定まる行列 $C = (c_{ij})$ をそのスケジュールに対応する **coe 行列**と呼ぶ．定義より，coe 行列はチーム数 n のスケジュールに対して各行，各列の和が $n-1$, 対角要素が 0 の非負整数行列となる．スケジュールに対応する coe 行列 $C = (c_{ij})$ に対して，$\sum_{i,j}({c_{ij}}^2)$ をそのスケジュールの **coe 値**と呼ぶ．明らかに，coe 値は coe 行列の非対角要素が全て 1 になるとき最小値 $n(n-1)$ をとる．図 9, 10 はそれぞれ図 7, 8 のスケジュールに対応する coe 行列である．

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

図 9: 図 7 のスケジュールに対応する coe 行列

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

図 10: 図 8 のスケジュールに対応する coe 行列

あるスケジュールから定まる coe 行列の非対角要素が全て 1 になるとき，そのスケジュールを **balanced スケジュール**という．balanced スケジュールは，各チームが受け取る coe の発生源が偏っていない，という意味で最適なスケジュールである．図 8 のスケジュールは balanced スケジュールであり，coe 値は $n(n-1) = 56$ となる．それに対して図 7 のスケジュールの coe 値は 140 となり，図 8 のスケジュールと比較して不公平なことがわかる．

coe 値最小化問題は，coe 値を最小にするスケジュールを求める問題である．Russell [31] は，チーム数 n が $n = 2^m$ $(m \geq 2)$ の場合，balanced スケジュールの作成方法を与えた．また同じ論文の中で，チーム数 $n = p^m + 1$ (p は奇素数) の場合に対する発見的解法を提案していた．さらに，チーム数が 2 のベキ乗でない場合には balanced スケジュールが存在しないだろうという予想を提出した．

この問題に対して Anderson [2] は，デザイン理論を用いて非常に優れた結果を残している（表 3）．チーム数 20, 22 の場合に balanced スケジュールが発見されたことにより，Russell の「チーム数が 2 のベキ乗でない場合には balanced スケジュールが存在しない」という予想は否定的に解決された．また他のチーム数に対しても，Russell による coe 値の記録を大幅に更新した．しかし，OR コミュニティにはこの結果が知られておらず，2000 年代に入ってから Anderson とは独立にいくつかの結果が発表されたが [20, 26, 35], そのいずれも [2] で報告

されているより悪い結果であった．

表 3: coe 値最小化問題の記録

チーム数 n	$n(n-1)$	Russell の値 [31]	Anderson の値 [2]	参考
4	12	12	—	balanced
6	30	60	—	最適
8	56	56	56	balanced
10	90	122	108	
12	132	188	176	
14	182	260	234	
16	240	240	240	balanced
18	306	428	340	
20	380	520	380	balanced
22	462	—	462	balanced
24	552	—	644	

この問題については今のところ，coe 値の最小化を行う効率的なアルゴリズムは知られていない．Anderson のアルゴリズムもある種の探索を用いており，チーム数 24 以上については計算実験が行われていない．また，下界については自明な $n(n-1)$ しか知られておらず，チーム数 10 の場合でさえ coe 値 108 が最適なのかどうかわかっていない．数理計画法を用いた新しいアルゴリズムの提案が期待されるところである．

3　スポーツスケジューリングの概観

スポーツスケジューリングの歴史として，この分野の最も古い文献は，1970 年代に現れている（Ball, Webster [3], Cain [12] など）．これ以降，様々な研究がなされてきた．現在，スポーツスケジューリングの研究がよく発表される国際会議として，PATAT (Practice and Theory of Automated Timetabling) がある．PATAT はタイムテーブリングを専門に扱う国際会議で，1995 年の第 1 回を皮切りに，現在までほぼ隔年で 6 回開催されている [6–11]．スポーツスケジューリングの研究は第 2 回の会議において初めて発表されたが，回を重ねるごとに発表が増え，2006 年第 6 回の会議では，スポーツスケジューリングに関する発表が 9 件行われた．

スポーツスケジューリングの研究を大まかに分類すると，制約論理法を用いた研究，メタヒューリスティクスを用いたもの，整数計画などの数理計画法に基づくもの，彩色問題に代表されるグラフ理論，実験計画法などのデザイン理論・組合せ理論を用いたものに分けられる．以下，スポーツスケジューリングにおけるそれぞれの手法の特徴を簡単に述べる．

制約論理法は一般に，制約条件が厳しい問題に対して許容解を見つけるという目的に適している．また，非常に多様な形の制約条件を扱えるのが特徴である．例えば整数計画法では原則的に線形制約しか扱うことができないが，制約論理法では 2 次制約はもちろん，非線形制約，論理制約なども簡単に扱える．ただし，目的関数を最小化あるいは最大化する問題は，

規模が大きくなると計算時間が急激に増加する傾向がある．小さな規模の実用問題を扱うならば，制約論理法を組み込んだシステムを利用して解いてしまうのが手っ取り早いだろう．

スポーツスケジューリングの実用現場では，問題に与えられた制約条件に急に変更があった場合など，何度も問題を解きなおすことが多い．これらのことから，高速にスケジュールを生成できるメタヒューリスティクスは実用的な場面で好まれているようである．移動距離最小化問題などの，最適解を求めることが難しい問題は，今のところメタヒューリスティクスの独擅場という感じである．

整数計画法に代表される，各種の数理計画法によるアプローチは，最小化（最大化）問題に対する最適性の保証を行うことができる．(問題の規模によっては現実的な時間で最適解を得るのが難しいこともある.）また，問題を適切にモデル化できれば非常に強力なツールとなる．ただ現実問題のスケジューリングにおいては，数理計画のみを用いたアプローチはそれほど多くは無い．これは，現実の問題を解く際には必ずしも最適性が要求されないこと，また高速な商用ソルバーを使える環境はまだ限られていることが理由としてあげられる．しかし，近年の数理計画アルゴリズムの高速化は目を見張るものがあり，数年前に解けなかった問題が一瞬で解けてしまうことも珍しくないことから，数理計画法を用いたスポーツスケジューリングの研究はまた流行するだろうと思われる．

グラフ理論やデザイン理論，組合せ理論を用いた研究は，1980 年代に複数行われたあと，しばらく下火の状態が続いていた．これは，現実のスケジューリングではいろいろと複雑な制約条件が存在し，理論的にきれいな結果がそのまま適用できないこと，また現実の問題一つ一つで制約条件が異なっていることが大きな要因である．しかし，最近は研究者がスケジューリングを行うことが増加してきたため，実用上で頻繁に現れる制約条件に関して問題の抽象化が進み，グラフ理論などの手法を生かした理論的な成果が新たに得られている [14,21]．

スポーツスケジューリングに関する文献については，Knust による web ページ [22] が詳しい．このページでは，古今東西のスポーツスケジューリングに関する文献を,「扱っているスケジュール」「用いている手法」「適用先のスポーツ」の 3 つのクラスで分類しており，非常に役に立つサイトである．また，Trick によるリンク集 [38] も用意されている．サーベイ文献としては，Handbook of Scheduling 中の Easton, Nemhauser, Trick による章 [16] がよくまとまっている．またジャーナル論文で秀逸なサーベイとして Rasmussen, Trick [28] によるものがある．

4　おわりに

本稿では，スポーツスケジューリングにおける最近の研究を，4 つの問題を中心にして紹介した．紙面の都合上，現実問題のモデル化と解法の詳細を記述できなかったが，本文中で引用した以外にも，スポーツスケジューリングの適用先はアメフト，野球，バスケットボール，チェス，クリケット，アイスホッケー，サッカー，テニス，卓球，水泳など多岐にわたっている．

現時点でのスポーツスケジューリングは，計算機の普及と高速化，および各種解法の発達により現実問題への適用が進んでいるが，この分野が大きく育つかどうかはまだ未知数である．2006 年の国際会議 PATAT [11] で，招待講演者の Andrea Schaerf が,「この分野（ここではタイムテーブリング全般のこと）の研究は，measurability と reproducibility が欠けてい

るものがほとんどである」と強く批判していたのが印象に残っている．スポーツスケジューリングの流行が一段落したときに，実用的な結果のみしか残らないのか，あるいは豊かな研究の土壌が生み出されているのか？ 今後の発展が楽しみである．

参考文献

[1] A. Anagnostopoulos, L. Michel, P. Van Hentenryck and Y. Vergados: A simulated annealing approach to the traveling tournament problem, *Journal of Scheduling* **9** (2006), 177–193.

[2] I. Anderson: Balancing carry-over effects in tournaments, in: F.C. Holroyd, K.A.S. Quinn, C. Rowley and B.S. Webb (eds.), Combinatorial Designs and Their Applications, *Chapman & Hall/CRC Research Notes in Mathematics Series* **403** (1999), Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 1–16.

[3] B.C. Ball and D.B. Webster: Optimal scheduling for even-numbered team athletic conferences, *AIIE Transactions* **9** (1977), 161–169.

[4] T. Bartsch, A. Drexl and S. Kröger: Scheduling the professional soccer leagues of Austria and Germany, *Computers & Operations Research* **33** (2006), 1907–1937.

[5] D. Briskorn: Feasibility of home-away-pattern sets: a necessary condition, *Manuskripte aus den Instituten Für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel* **616** (2007). http://www.bwl.uni-kiel.de/Prod/team/doktoranden/briskorn/

[6] E. Burke and P. Ross (eds.): Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT 1995, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **1153** (1996), Springer, Berlin.

[7] E. Burke and M. Carter (eds.): Practice and Theory of Automated Timetabling II (PATAT 1997, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **1408** (1998), Springer, Berlin.

[8] E. Burke and W. Erben (eds.): Practice and Theory of Automated Timetabling III (PATAT 2000, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **2079** (2001), Springer, Berlin.

[9] E. Burke and P. De Causmaecker (eds.): Practice and Theory of Automated Timetabling IV (PATAT 2002, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **2740** (2003), Springer, Berlin.

[10] E. Burke and M. Trick (eds.): Practice and Theory of Automated Timetabling V (PATAT 2004, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **3616** (2005), Springer, Berlin.

[11] E. Burke and H. Rudová (eds.): Practice and Theory of Automated Timetabling VI (PATAT 2006, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* Springer, Berlin, to appear.

[12] W.O. Cain Jr.: The computer-assisted heuristic approach used to schedule the major league baseball clubs, in: S.P. Ladany and R.E. Machol (eds.), *Optimal Strategies in Sports*, North-Holland, Amsterdam, 1977, 32–41.

[13] D. de Werra: Geography, games and graphs, *Discrete Applied Mathematics* **2** (1980), 327–337.

[14] D. de Werra, T. Ekim and C. Raess: Construction of sports schedules with multiple venues, *Discrete Applied Mathematics* **154** (2006), 47–58.

[15] K. Easton, G.L. Nemhauser and M.A. Trick: Solving the traveling tournament problem: a combined integer programming and constraint programming approach, in: E. Burke and P. De Causmaecker (eds.), Practice and Theory of Automated Timetabling IV (PATAT 2002, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **2740** (2003), Springer, Berlin, 100–109.

[16] K. Easton, G. Nemhauser and M. Trick: Sports scheduling, in: J.Y-T. Leung (ed.), *Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis*, CHAPMAN & HALL/CRC, Boca Raton, 2004, 52-1–52-19.

[17] M. Elf, M. Jünger and G. Rinaldi: Minimizing breaks by maximizing cuts, *Operations Research Letters* **31** (2003), 343–349.

[18] N. Fujiwara, S. Imahori, T. Matsui and R. Miyashiro: Constructive algorithms for the constant distance traveling tournament problem, in: E. Burke and H. Rudová (eds.), Practice and Theory of Automated Timetabling VI (PATAT 2006, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin, to appear.

[19] M.X. Goemans and D.P. Williamson: Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems using semidefinite programming, *Journal of the ACM* **42** (1995), 1115–1145.

[20] M. Henz, T. Müller and S. Thiel: Global constraints for round robin tournament scheduling, *European Journal of Operational Research* **153** (2004), 92–101.

[21] Y.T. Ikebe and A. Tamura: On the existence of sports schedules with multiple venues, *Discrete Applied Mathematics*, to appear.

[22] S. Knust: Classification of literature on sports scheduling, web page, as of August 2007. http://www.inf.uos.de/knust/sportlit_class/

[23] R. Miyashiro, H. Iwasaki and T. Matsui: Characterizing feasible pattern sets with a minimum number of breaks, in: E. Burke and P. De Causmaecker (eds.), Practice and Theory of Automated Timetabling IV (PATAT 2002, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **2740** (2003), Springer, Berlin, 78–99.

[24] R. Miyashiro and T. Matsui: A polynomial-time algorithm to find an equitable home-away assignment, *Operations Research Letters* **33** (2005), 235–241.

[25] R. Miyashiro and T. Matsui: Semidefinite programming based approaches to the break minimization problem, *Computers & Operations Research* **33** (2006), 1975–1982.

[26] R. Miyashiro and T. Matsui: Minimizing the carry-over effects value in a round-robin tournament, in: E.K. Burke and H. Rudová (eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*, 2006, 460–463.

[27] G.L. Nemhauser and M.A. Trick: Scheduling a major college basketball conference, *Operations Research* **46** (1998), 1–8.

[28] R.V. Rasmussen and M.A. Trick: Round robin scheduling — a survey, *European Journal of Operational Research*, to appear.

[29] J.-C. Régin: Minimization of the number of breaks in sports scheduling problems using constraint programming, in: E.C. Freuder and R.J. Wallace (eds.), Constraint Programming and Large Scale Discrete Optimization, *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science* **57** (2001), American Mathematical Society, Providence, 115–130.

[30] C.C. Ribeiro and S. Urrutia: OR on the ball: applications in sports scheduling and management, *OR/MS Today* **31** (2004), 50–54.

[31] K.G. Russell: Balancing carry-over effects in round robin tournaments, *Biometrika* **67** (1980), 127–131.

[32] R.A. Russell and J.M.Y. Leung: Devising a cost effective schedule for a baseball league, *Operations Research* **42** (1994), 614–625.

[33] A. Suzuka, R. Miyashiro, A. Yoshise and T. Matsui: Dependent randomized rounding to the home-away assignment problem in sports scheduling, *IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences* **E89-A** (2006), 1407–1416.

[34] A. Suzuka, R. Miyashiro, A. Yoshise and T. Matsui: The home-away assignment problems and break minimization/maximization problems in sports scheduling, *Pacific Journal of Optimization* **3** (2007), 113–133.

[35] M.A. Trick: A schedule-then-break approach to sports timetabling, in: E. Burke and W. Erben (eds.), Practice and Theory of Automated Timetabling III (PATAT 2000, Selected Revised Papers), *Lecture Notes in Computer Science* **2079** (2001), Springer, Berlin, 242–253.

[36] M.A. Trick and H. Yildiz: Bender's cuts guided large neighborhood search for the traveling umpire problem, in: P. Van Hentenryck and L.A. Wolsey (eds.), Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems (CPAIOR 2007), *Lecture Notes in Computer Science* **4510** (2007), Springer, Berlin, 332–345.

[37] M.A. Trick: Challenge traveling tournament instances, web page, as of August 2007. http://mat.tepper.cmu.edu/TOURN/

[38] M.A. Trick: Michael Trick's guide to sports scheduling, web page, as of August 2007. http://mat.gsia.cmu.edu/sports/

[39] S. Urrutia and C.C. Ribeiro: Maximizing breaks and bounding solutions to the mirrored traveling tournament problem, *Discrete Applied Mathematics* **154** (2006), 614–625.

[40] H. Yildiz: Traveling umpire problem, web page, as of August 2007. http://www.andrew.cmu.edu/user/hakanyil/TUP/

[41] 読売新聞 朝刊スポーツ面：2004 年 11 月 9 日.