

待ち行列理論と情報システム性能評価

笠原 正治

奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

待ち行列研究部会

第7回「学生・初学者のための待ち行列チュートリアル」

2012年6月16日

- ▶ 情報システムの性能評価とは
 - ▶ 情報ネットワークシステムの観点から
- ▶ 過去の経験から
 - ▶ ATM Multiplexer のセル廃棄率評価
 - ▶ ビデオストリーミングのブロックレベル棄却率評価
- ▶ 情報システムの性能評価に向けて
 - ▶ マルコフモデルによる性能評価
 - ▶ 離散事象シミュレーションによる性能評価
 - ▶ 役に立つ性能評価研究とは

背景：情報システムの多様化

- ▶ 情報ネットワークの発達によりシステム構成が複雑化
 - ▶ 従来：個々のノード同士が通信して処理を遂行
 - ▶ 現在：複数ノードによる分散処理
- ▶ アプリケーションの多様化と通信品質の変化
 - ▶ 従来：電子メール，ファイル転送，VoIP，ストリーミング
 - ▶ Quality of Service (QoS)
ファイルは遅延に寛容，パケットロスには厳しい制約
VoIP は遅延に厳しく，パケットロスには寛容
 - ▶ データベースの一貫性
 - ▶ 現在：検索サービス，テレビ電話，ライブストリーミング，...
 - ▶ Quality of Experience (QoE): エンドユーザの体感品質
 - ▶ Google File System (GFS) に見られる結果整合性 (Eventually Consistency)

背景：必要とされる評価

- ▶ 「フロー」的観点からの性能評価要求の高まり
 - ▶ 必要とされている評価
 - ▶ 情報ネットワーク：エンド・トゥ・エンドの QoE
 - ▶ クラウド・コンピューティング：タスク・ワークフロー
 - ▶ あまり必要とされていない評価
 - ▶ ルータの出力バッファにおけるパケット廃棄
 - ▶ 興味の対象に単純な「待ち」がない
- ▶ 待ち行列理論・マルコフ連鎖が情報システム性能評価にどう適用できるのか？

待ち行列理論と情報システム性能評価の関係を 概観して役に立つ性能評価を考える

- ▶ 待ち行列理論・マルコフ連鎖の適用領域の明確化
 - ▶ 過去の適用例
 - ▶ 電話交換網・ARPANET・ATM 網
 - ▶ 発表者の過去の研究
 - ▶ 複数入力を持つ多重化装置の性能評価
 - ▶ ビデオストリーミングのブロックレベル棄却率評価
- ▶ 性能評価手法の役割分担の明確化
 - ▶ 待ち行列理論とシミュレーションの比較
- ▶ 役に立つ性能評価研究とは？

情報システムにおける性能評価の意義

- ▶ 定性的・定量的な**特徴付け** (C**h**aracterization)
 - ▶ システム負荷
 - ▶ ボトルネック同定
 - ▶ 従来手法に対する提案手法の優位性立証
- ▶ システムの挙動の**理解** (U**u**nderstanding)
 - ▶ 性能評価量に対するチューニングパラメータの感度
- ▶ システムの挙動の**予測** (P**r**ediction)
 - ▶ バッファや回線容量の最適設計
 - ▶ 転送レートや経路の最適制御
- ▶ 性能評価の良し悪し
CUP 性のどれかが達成されているかどうか

待ち行列理論とは？

- ▶ 入出力システムを確率モデルとしてとらえ、性能評価量を解析する手法
- ▶ 利点
 - ▶ 真の時間平均・標本平均が導出可能
 - ▶ 性能評価量の高次モーメントの導出
 - ▶ 導出結果の再現性・高信頼性
 - ▶ 導出式からパラメータの感度特性を把握
- ▶ 欠点
 - ▶ モデルの記述能力が低い。
 - ▶ システムの過渡的な特性を把握することが難しい。
- ▶ 数値計算で要求されること
 - ▶ シミュレーションよりも少ない計算量

シミュレーションとは？

- ▶ 入出力システムの構成要素を擬似的（確率的）に振る舞わせ、性能評価量を推定
- ▶ 利点
 - ▶ モデルの記述力が高い。
 - ▶ システムの過渡的な挙動を観察できる。
 - ▶ 高機能シミュレーションパッケージの存在
有償：OPNET, QualNet
無償：ns-3, GloMoSim
- ▶ 欠点
 - ▶ 真の時間平均・標本平均が得られない。
 - ▶ スナップ・ショット
 - ▶ 導出された結果に再現性が乏しい。
 - ▶ 導出結果の信頼性を示すのが難しい。
 - ▶ 計算時間が長い。

モデルの重要性

▶ 両手法の共通点

▶ モデルが基本

- ▶ 待ち行列モデル
- ▶ シミュレーションモデル

▶ よいモデルとは？

▶ 抽象度の高いモデル

- ▶ 高い汎用性
- ▶ 理論指向

▶ 対象を忠実に模擬しているモデル

- ▶ 汎用性は意識しない
- ▶ 実学指向

▶ 情報システムの性能評価

CUP 性（の一部）を達成するモデル

- ▶ Verification (バグ取り)

解決方法が正確に実現されているかの検証

- ▶ 解析：論理の不整合性チェック，導出のバグ取り
- ▶ シミュレーション：プログラムデバッグ，アルゴリズムチェック
- ▶ 実機実験：実装が正しく行われているか？

- ▶ Validation (正当性検証)

解決方法が目標にどの程度合致しているかを検証すること

- ▶ 解析・シミュレーション：モデルの正当性検証
- ▶ 実機実験：想定や実験環境の検証

以下では代表的なアプリケーションに対する古典的な解析モデルの正当性を検証する．

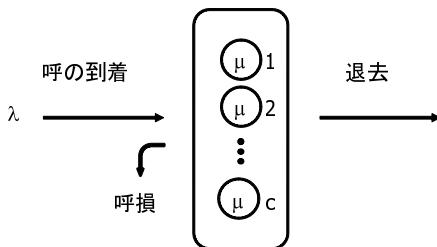
電話交換機：即時系の解析（1）

- ▶ 回線交換型通信方式
- ▶ 即時系・呼損系
- ▶ 性能評価量：呼損率
- ▶ A.K.Erlang による解析 (1917)
 - ▶ 呼の到着はポアソン過程
 - ▶ 呼の保留時間は指数分布
 - ▶ チャネル数は有限

⇒ $M/M/c/c$

電話交換機：即時系の解析（２）

▶ M/M/c/c モデル



▶ M/M/c/c における呼損率： B

$$B = \frac{\rho^c / c!}{\sum_{n=0}^c \rho^n / n!}, \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

アーラン B 公式

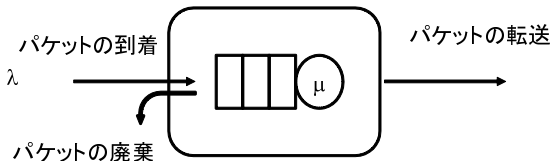
電話交換機：即時系の解析（３）

仮定の妥当性と有用性

- ▶ 呼の到着はポアソン過程 [9]
 - ▶ 点過程的妥当性 [4]
 - ▶ 非常に多くの電話機からかかってくる呼の重ね合わせ
 - ▶ 個々の電話ユーザは独立に個を発生
 - ▶ 個々の電話ユーザによる呼の発生頻度が十分小さい
 - ▶ 統計的分析
 - ▶ Bellcore 共通線信号網の信号メッセージ解析
⇒ 到着率時刻依存のポアソン過程
- ▶ 保留時間は指数分布
 - ▶ $M/G/c/c$ の呼損率と一致
 - ▶ 呼損率はサービス時間分布に**不感** (Insensitivity)
- ▶ ユーザが体感する通信品質 (QoE) と呼損率 (QoS) が等価

パケット交換機：待時系の解析（１）

- ▶ 蓄積交換型通信方式
- ▶ 待時系
- ▶ 性能評価量：遅延, 棄却率, スループット
- ▶ Kleinrock による ARPA 網の性能評価
 - ▶ Jackson 網モデル
 - ▶ 出力側に着目した M/G/1 型待ち行列モデル



パケット交換機：待時系の解析（２）

- ▶ M/G/1 型待ち行列モデル
 - ▶ パケットの到着はポアソン過程
 - ▶ 処理時間 S は独立同一な一般分布
 - ▶ サーバ数は 1
 - ▶ システム容量は無限大
- ▶ 交換機内バッファにおける平均遅延： W

$$W = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \rho)}, \quad \rho = \lambda E[S]$$

ポラチェック・ヒンチン平均値公式

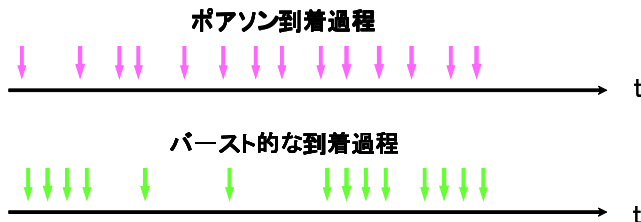
パケット交換機：待時系の解析（3）

ネットワーク性能評価における M/G/1 モデルの妥当性 (ARPANET の E2E 遅延評価 [7])

- ▶ 経路上でパケット処理時間に相関あり
Jackson 網の仮定を逸脱
- ▶ Jackson 網を応用できないか？
 - ▶ 多入力リンク・多出力リンクモデルにおける平均遅延の検証
 - ▶ Independence assumption による Jackson 網の適用
 - ▶ ノード毎のパケット転送遅延は独立・同一な指数分布に従う。
 - ▶ ノード単位の遅延を M/D/1 平均遅延で近似
 - ▶ シミュレーション実験により精度の向上を確認

ATM 交換機：到着過程の拡張（1）

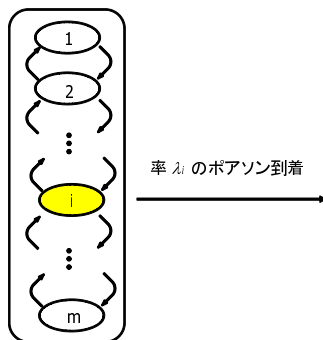
- ▶ マルチメディア通信実現の基盤技術
- ▶ 蓄積交換型・53 バイト固定長セル
- ▶ セルの到着過程に**バースト性**



ポアソン過程ではバーストラヒックをモデル化できない

ATM 交換機：到着過程の拡張（2）

- ▶ ポアソン過程の拡張
 - ▶ マルコフ変調ポアソン過程 (MMPP)
 - ▶ マルコフ到着過程 (MAP), BMAP

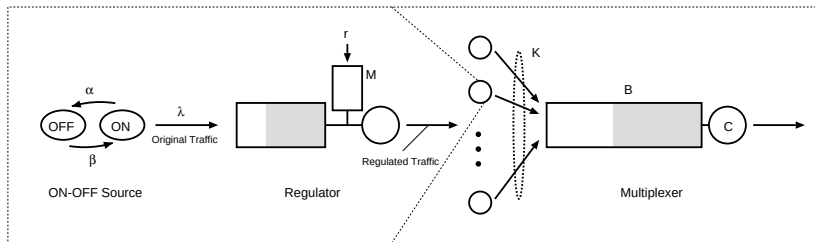


m 状態 MMPP

ATM 交換機：到着過程の拡張（3）

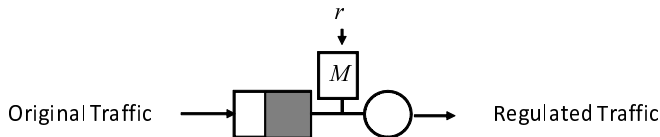
- ▶ MAP の重畳過程は MAP
- ▶ MAP/G/1 の解析は**アルゴリズム的**
 - ▶ 行列解析法 (行列幾何解・M/G/1 パラダイム)
- ▶ ATM 交換機への応用における問題点
 - ▶ ミクロモデルからマクロモデルの構成
⇒**状態数の指数的な増加**
 - ▶ 複数のパラメータによる自由度の高さ
⇒ミクロモデルの適切な構成が困難
 - ▶ モデルと測定データとの比較検証が欠如
拡張到着過程は実トラヒックを表せているか？
- ▶ 拡張到着過程の利点
 - 時間に関する相関構造を表現可能**

リーキーバケットで平滑化された入力トラヒックと大容量バッファを持つ多重化装置の棄却率評価 [5]



S. Kasahara and T. Hasegawa, "Approximation of Loss Probability for Multiplexing System with Large Number of On-Off Sources Regulated by Leaky Bucket," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, vol. 41, no. 1, pp. 21-34, March 1998.

- ▶ ATM で流行っていたリーキーバケットのあるモデルを解析したかった。

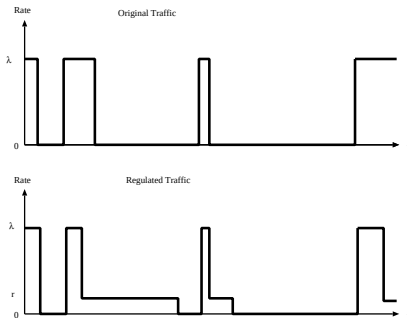


リーキーバケット (Leaky Bucket)

- ▶ 大きなシステムを特徴付けたかった。
 - ▶ 当時は ATM 交換機における出力バッファ解析が花盛り
- ▶ 勉強中の大偏差理論を使ってみたかった。
 - ▶ IEEE JSAC, vol.13, no.6, August 1995 の特集号で大いに触発された。

リーキーバケット

- ▶ 入力トラヒック用バッファとトークン・バッファより構成
- ▶ 入力トラヒックはトークンを消費して出力される。
- ▶ トークン・バッファにトークンがないときはバッファで待機
- ▶ **トラヒックの平滑化を実現**
 - ▶ ネットワーク入力のポーリング・デバイスとして機能



研究目的・方針

▶ 解析目標

リーキーバケットの制御パラメータが多重化装置の性能（セル廃棄率）に与える影響を定量的に評価

▶ モデル化の方針

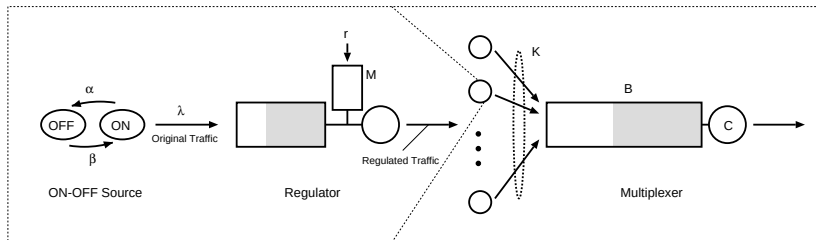
▶ 以下のパラメータを含めること

- ▶ リーキーバケットの制御パラメータ
トークンバケツサイズ・トークン生成率
- ▶ 多重化数（呼源数）
- ▶ 多重化装置のバッファサイズ
- ▶ 多重化装置の出力レート

▶ ユーザの挙動をより一般的に表現すること

流体待ち行列によるシステムのモデル化

システムモデル



▶ 呼源

- ▶ ON と OFF を推移する 2 状態マルコフ呼源
ON: 率 λ の一定流体入力, OFF: 入力無し

▶ リーキーバケット

- ▶ 流体用バッファ: 無限大, トークンバッファ: M
- ▶ トークン生成率: r

▶ 多重化装置

- ▶ K 個の独立・同一な呼源
- ▶ バッファサイズ $B = Kb$, 出力率 $C = Kc$

過去の研究紹介 Part I (6): CDE 法

Chernoff-Dominant Eigenvalue (CDE) 法 [3]

- ▶ 多数の呼源から入力のあるバッファ無しシステム
→ Chernoff の定理より得られるセル廃棄率 L
- ▶ 大容量バッファ B を持つシステム
→ 実行帯域に基づくセル廃棄率の近似値 e^{zB}

上記二つを組み合わせたセル廃棄率の近似式

$$\Pr\{\text{Cell Loss}\} \approx Le^{zB}$$

Chernoff の定理，実行帯域については付録を参照

数値例 (1): 解析とシミュレーションの比較

セル廃棄率 (リーキーバケット部分の利用率 0.6, $c = 0.5$)

M=0.0			
r	SEB	CDE	Simulation
0.80	8.571×10^{-4}	8.459×10^{-4}	$(5.716 \pm 0.410) \times 10^{-4}$
0.81	7.844×10^{-3}	7.794×10^{-3}	$(6.178 \pm 0.244) \times 10^{-3}$
0.82	6.601×10^{-2}	6.588×10^{-2}	$(5.826 \pm 0.133) \times 10^{-2}$
M=1.0			
r	SEB	CDE	Simulation
0.80	8.571×10^{-4}	8.520×10^{-4}	$(6.085 \pm 0.350) \times 10^{-4}$
0.81	7.844×10^{-3}	7.821×10^{-3}	$(6.429 \pm 0.227) \times 10^{-3}$
0.82	6.601×10^{-2}	6.595×10^{-2}	$(5.962 \pm 0.113) \times 10^{-2}$

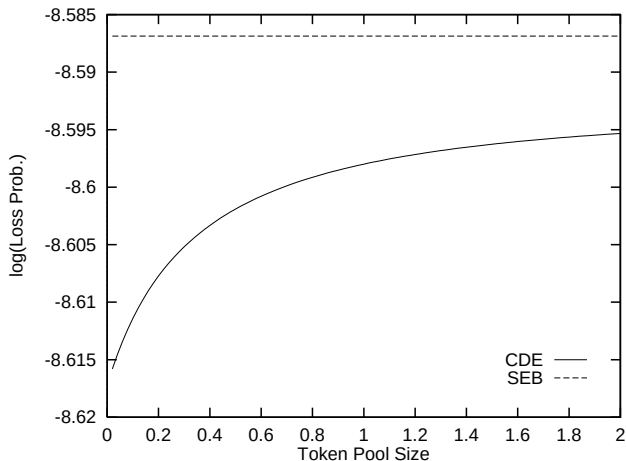
SEB: Standard Effective Bandwidth e^{zB}

数値例 (2): トークン生成率の影響

Logarithms of Loss Probability. ($c = 0.6$)

r	SEB	CDE($M = 0.0$)	CDE($M = 1.0$)
0.92	-12.5957	-12.6534	-12.6226
0.93	-10.8312	-10.8743	-10.8515
0.94	-9.1266	-9.1575	-9.1412
0.95	-7.4787	-7.4997	-7.4887
0.96	-5.8849	-5.8981	-5.8912
0.97	-4.3425	-4.3498	-4.3460
0.98	-2.8491	-2.8522	-2.8506
0.99	-1.4023	-1.4031	-1.4027

数値例 (3): トークンバケツサイズの効果



Logarithms of Loss Probability vs. Token Pool Size.

数値実験結果に対する考察

- ▶ トークン生成率が多重化装置バッファに大きな影響を与えることが判明した。(あたりまえ)
- ▶ トークンバケツサイズの効果을把握することができなかった.
 - ▶ トークンバケツサイズは、リーキーバケットからの出力をバースト的にしたり緩和したりするパラメータのはずだが...？

ここまで複雑なモデルを考える必要はなかったのではないか？

本研究で学んだこと

- ▶ 時間平均量に対するトークンバッファの貢献度が予想以上に小さかった.
 - ▶ やってみなければわからなかった...
- ▶ 時間平均量と過渡特性の違い
 - ▶ 時間平均量：棄却率
 - ▶ 過渡特性：バーストラヒック吸収の度合い
- ▶ Rare Event のシミュレーションは大変

対象によっては理論の向き・不向きがある。

有線・無線網上のビデオストリーミングにおける品質評価

▶ FEC の回復性能解析

- ▶ Muraoka et al., “Performance Analysis of FEC Recovery Using Finite-Buffer Queueing System with General Renewal and Poisson Inputs,” in Proc. ITC20, LNCS4516, Springer-Verlag, pp. 707-718, 2007.
- ▶ Muraoka et al., “FEC Recovery Performance for Video Streaming Services over Wired-Wireless Networks,” Performance Evaluation, vol. 66, no. 6, pp. 327-342, 2009.

- ▶ 近年実時間アプリケーションが普及
 - ▶ パケットロスがサービス品質劣化の要因
 - ▶ 前方誤り訂正符号 (Forward Error Correction: FEC) が有効
- ▶ 送信端末側のバックボーン・ネットワークの高速・大容量化
 - ▶ 通信のボトルネックは受信端末側にシフト
- ▶ 受信端末側のアクセス・ネットワークで無線が普及
 - ▶ 無線環境下でも高いサービス品質が求められる

パケットレベルFEC



データパケット

1 2 3 4 5



冗長パケット

6 7



ブロック

1 2 3 4 5 6 7

受信したブロック

1 2 3 4 5 6 7

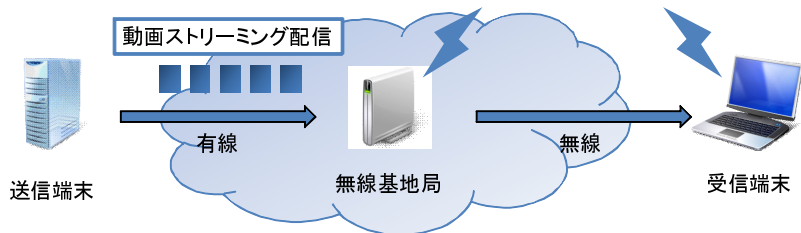


1 2 3 4 5

ロスしたパケット数が冗長
パケット数以下ならば復元可能

それ以上ロスすると**ブロックロス**

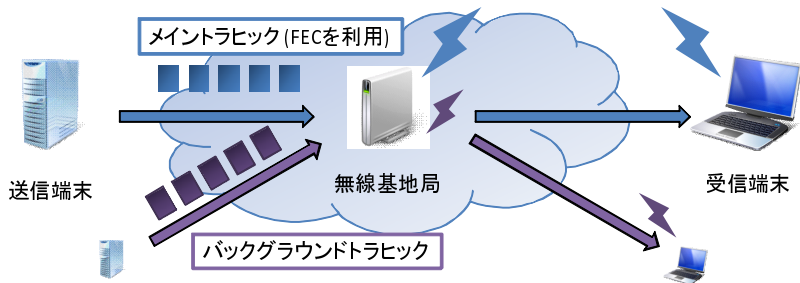
研究目標



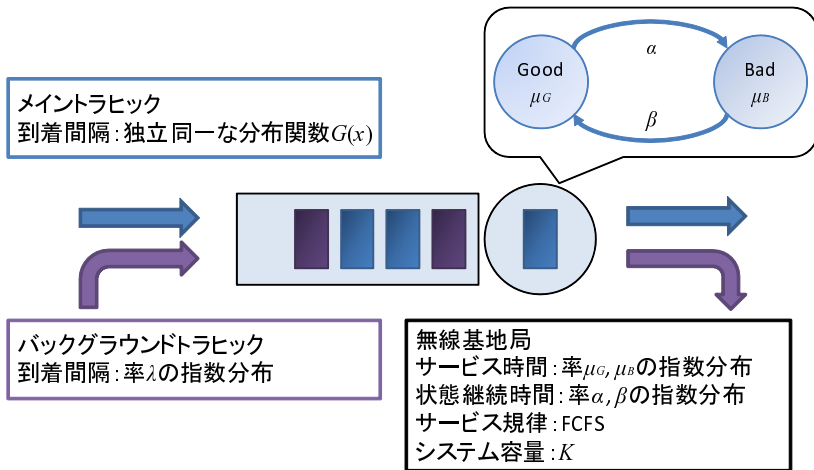
- ▶ 有線・無線網上のストリーミングサービスにおけるパケットレベル FEC によるブロックロス確率改善効果の評価性の解析的評価
- ▶ 2 入力・有限容量単一サーバ待ち行列モデル
 $GI+M/MSP/1/K$
- ▶ トレース駆動型シミュレーションで解析モデルの妥当性検証
- ▶ FEC の冗長性がブロックロス確率に与える影響の評価

解析モデル (1)

- ▶ 無線基地局ではメイントラヒックとバックグラウンドトラヒックが処理される
- ▶ 無線基地局のみでパケットロスが発生すると仮定



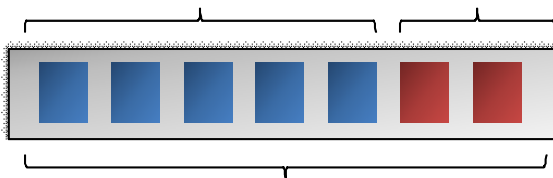
解析モデル (2) : 無線基地局モデル



解析モデル (3) : データブロックモデル

▶ FEC を付加したブロックモデル

データパケット : D 個 冗長パケット : N 個

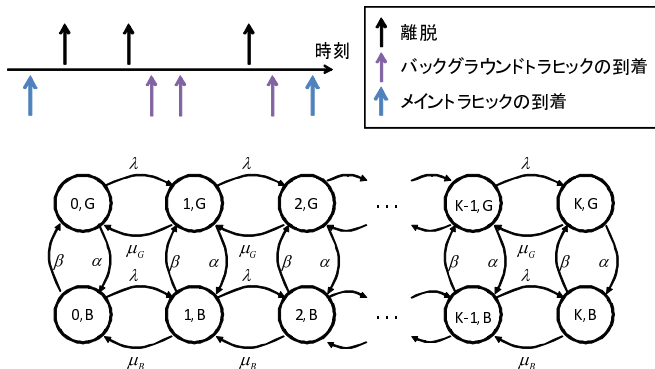


ブロックを構成するパケット : $D + N = M$ 個

- ▶ N 個以下のパケットロス → FEC によってデータを回復
- ▶ $N + 1$ 個以上のパケットロス → ブロックロス

モデルの解析 (1) : 状態遷移

- ▶ システムの状態：(系内パケット数，無線リンク状態)
- ▶ システム観察時点：メイントラヒックパケット到着直前
⇒ 解析のベースは離散時間マルコフ連鎖
- ▶ メイントラヒックのパケット到着間のシステムダイナミクス
⇒ M/MSP/1/K (連続時間マルコフ連鎖の推移確率)



モデルの解析 (2) : 定常分布

- ▶ メイントラヒックの packets 到着直前における (系内 packets, 無線リンク状態) の定常分布: π^-

$$\pi^-(\Lambda\Gamma) = \pi^-, \quad \pi^- \mathbf{e} = 1$$

ここで

$$\Gamma = \int_0^\infty \exp(\mathbf{Q}x) dG(x).$$

$$\Lambda = \begin{matrix} \text{メイントラヒックによる増分} \\ \begin{pmatrix} O & I_2 & O & \cdots & O & O \\ O & O & I_2 & \ddots & O & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & O & O & \ddots & I_2 & O \\ O & O & O & \cdots & O & I_2 \\ O & O & O & \cdots & O & I_2 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad Q = \begin{matrix} \text{M/MSP/1/K の無限小生成作用素} \\ \begin{pmatrix} B+A & C & O & \cdots & O & O \\ B & A & C & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & B & A & \ddots & O & O \\ O & O & B & \ddots & C & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & A & C \\ O & O & O & \ddots & B & A+C \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -(\alpha + \lambda + \mu_G) & \alpha \\ \beta & -(\alpha + \lambda + \mu_B) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mu_G & 0 \\ 0 & \mu_B \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

モデルの解析 (3) : ロスパケットの計数過程

- ▶ $\{N_m : m = 1, 2, \dots\}$: メイントラヒックのロスパケット計数過程
- ▶ $\{N_m = k\}$: m 個中 k 個のパケットがロスする事象
- ▶ $P_m(k)$: メイントラヒックパケット到着直前の (系内パケット数, 無線リンク状態) ごとに $\{N_m = k\}$ となる確率

モデルの解析 (3) : ロスパケットの計数過程

▶ $\mathbf{P}_m(k)$ の再帰式

$$\mathbf{P}_m(0) = \mathbf{P}_{m-1}(0) \cdot \mathbf{A}(0)$$

$$\mathbf{P}_m(k) = \mathbf{P}_{m-1}(k) \cdot \mathbf{A}(0) + \mathbf{P}_{m-1}(k-1) \cdot \mathbf{A}(1)$$

$$\mathbf{A}(0) = \begin{pmatrix} O & O & O & \cdots & O \\ O & \Gamma_{1,0} & \Gamma_{1,1} & \cdots & \Gamma_{1,K-1} \\ O & \Gamma_{2,0} & \Gamma_{2,1} & \cdots & \Gamma_{2,K-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \Gamma_{K,0} & \Gamma_{K,1} & \cdots & \Gamma_{K,K-1} \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}(1) = \begin{pmatrix} O & \cdots & O & O \\ O & \cdots & O & \Gamma_{1,K} \\ O & \cdots & O & \Gamma_{2,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & \cdots & O & \Gamma_{K,K} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}_1(0) = \begin{pmatrix} O & I_2 & O & \cdots & O \\ O & O & I_2 & \ddots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ O & O & \cdots & O & I_2 \\ O & O & \cdots & O & O \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_1(1) = \begin{pmatrix} O & \cdots & O & O \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ O & \cdots & O & O \\ O & \cdots & O & I_2 \end{pmatrix}$$

▶ ブロックロス確率 : $P_{loss}^{(B)}$

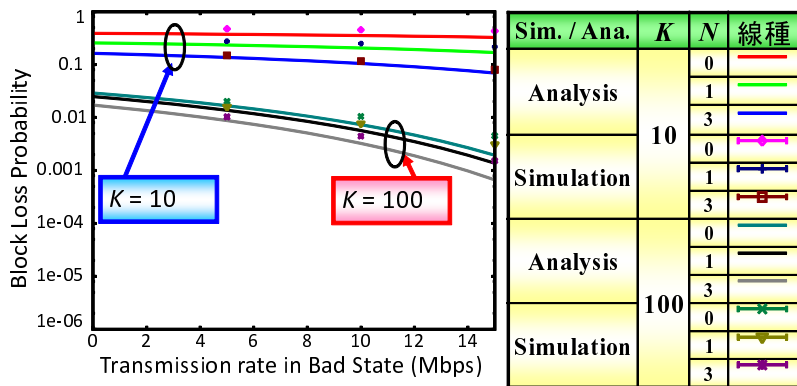
$$P_{loss}^{(B)} = 1 - \sum_{k=0}^N \mathbf{p}(M, k) \mathbf{e}$$

数値例：動画ストリーミング配信を想定

- ▶ トレースデータを用いたシミュレーション実験で数理モデルの妥当性を評価

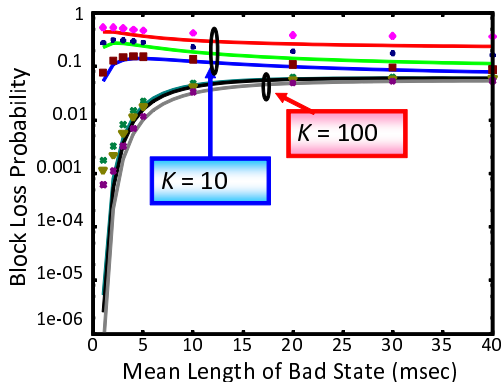
ビデオストリーミングデータの送信帯域	4 Mb/s
ビデオフレームレート	30 frame/s
オリジナルデータパケット数 D	34
冗長パケット数 N	0, 1, 3
無線状態良好時のパケット転送速度 μ_G	40 Mb/s
無線状態不良時のパケット転送速度 μ_B	4 Mb/s
バックグラウンド・トラヒック λ	24.4 Mb/s
システム容量 K	10, 100
平均 Good 期間：平均 Bad 期間	19:1

Bad 期間の転送速度 vs. ブロックロス確率



- ▶ 転送速度が小さいほど解析結果とシミュレーションは一致
⇒ 高負荷環境で有効
- ▶ Bad 期間の転送速度大 ⇒ FEC の効果は徐々に増加

平均 Bad 期間 vs. ブロックロス確率



Sim. / Ana.	K	N	線種
Analysis	10	0	
		1	
		3	
Simulation		0	
		1	
		3	
Analysis	100	0	
		1	
		3	
Simulation		0	
		1	
		3	

- ▶ 解析結果とシミュレーションはほぼ一致
- ▶ 平均 Bad 期間 5ms 辺りまでブロックロス確率は急激に増加

本研究のまとめ

- ▶ 有線・無線網におけるストリーミングサービスの品質評価
- ▶ 無線基地局を $GI+M/MSP/1/K$ 待ち行列でモデル化
- ▶ ブロックロス確率分布を導出
- ▶ シミュレーション実験によりモデルの妥当性を評価
 - ▶ 定性的な傾向は一致
- ▶ モデルパラメータが分布の特性に与える影響を評価
 - ▶ トラヒック強度が強い場合に FEC は効果的
 - ▶ トラヒック強度が弱い場合ではシステム容量が支配的

役に立つ情報システム性能評価に向けて

エルゴード的マルコフ連鎖と現実システム

▶ エルゴード的マルコフ連鎖の特徴

- ▶ 定常分布と等しい極限分布の存在
- ▶ 推移確率・推移率は時間に関して不変（斉時性）
- ▶ 定常分布への収束：有限状態マルコフ連鎖では指数的
- ▶ シンプルな構造で定常性を表現できる特殊な確率過程

極めて特殊な構造を持った定常確率過程

▶ 現実世界の確率現象

- ▶ 複数の要因が複雑に影響を及ぼし合った結果
- ▶ 定常性の判断が困難
- ▶ 時間を通じての相関構造の特徴付けが困難

エルゴード的マルコフ連鎖へのモデル化には細心の注意が必要

マルコフモデルの有用性

- ▶ **モデリング（モデル化）を通した対象の本質理解**
 - ▶ モデリングを通して推移確率・推移率の決定
 - ▶ 状態推移がマルコフ性を有しているか？
 - ▶ マルコフ性を有しない場合はマルコフ性を仮定
 - ▶ どのような状況下であればマルコフ性の仮定は妥当か？
- ▶ **対象の定性的性質の把握**
 - ▶ 対象の挙動を支配する主要因の抽出
⇒性能評価量に対する主要パラメータの感度
- ▶ **予測の意味で有用になるのは？**
 - ▶ 時間的相関構造をマルコフモデルが表現できているとき
 - ▶ 系の詳細な挙動をマルコフモデルが表現できているとき
 - ▶ 「予測理論とマルコフ過程の関係はいささか微妙である。」
(森村・高橋 1979 [4], p. 131)

時間的相関構造に着目した研究の代表例

Heffes & Lucantoni 1986

H. Heffes and D. M. Lucantoni, "A Markov Modulated Characterization of Packetized Voice and Data Traffic and Related Statistical Multiplexer Performance," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. SAC-4, no. 6, pp. 856–868, 1986.

- ▶ **パケット到着過程のモデリング：モーメントマッチング法**
 - ▶ 単一の音声パケット流を再生過程としてモデル化
 - ▶ 複数の音声トラヒック重畳過程を 2 状態 MMPP でモデル化
 - ▶ 分散対平均比 (index of dispersion for count: IDC) が一致するようにパラメータを決定
- ▶ 複数の音声パケット流とデータトラヒックが多重化されたパケット交換機における転送遅延を $\text{MMPP}/G/1$ で解析
- ▶ 離散事象シミュレーションで妥当性検証

系の詳細な挙動のモデル化を目指した 研究の代表例

Bianchi 2000

G. Bianchi, "Performance Analysis of the IEEE 802.11 Distributed Coordination Function," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 18, no. 3, pp. 856–868, 2000.

- ▶ 複数の端末が競合する状況下でのスループットを導出
 - ▶ 単体の無線端末におけるバックオフタイマ値の挙動
⇒ 離散時間マルコフ連鎖でモデル化
 - ▶ パケット送信時の衝突確率は衝突回数によらず一定と近似
 - ▶ バックオフウィンドウサイズが大きく、かつ競合端末数が多い
ときに近似は妥当
 - ▶ 任意のスロット時刻で端末がパケットを送信する確率を不動点問題として定式化
- ▶ 離散事象シミュレーションで妥当性検証

離散事象シミュレーション (再掲)

離散事象シミュレーションとは

「入出力システムの構成要素を擬似的（確率的）に振る舞わせ、性能評価量を導出する実験法」

▶ 利点

- ▶ モデルの記述力が高い。
- ▶ 過渡的な特性の評価が可能
- ▶ 高機能シミュレーションパッケージの存在
 - ▶ 有償：OPNET, QualNet
 - ▶ 無償：ns-X, GloMoSim

▶ 欠点

- ▶ 性能評価量の**推定値**しか得られない。
- ▶ 導出結果の**信頼性**を示すのが難しい。
- ▶ **再現性が乏しい。**
- ▶ 時間消費型の実験
 - ▶ 性能評価量の計算に莫大な計算資源が必要

離散事象シミュレーションの意義 (1)

- ▶ 大原則：実験は**シミュレーションモデル**を通して行われる。
 - ▶ 例：ネットワーク層レベルの IP パケット E2E 遅延
 - ▶ IP 層の経路制御プロトコルモデル
 - ▶ MAC 層モデル
 - ▶ 物理層モデル
 - ▶ 途中経路のリンクモデル
- ▶ 注目レイヤより下位のレイヤモデルにおける抽象度
 - ▶ MAC 層, 物理層の精密なモデル化
⇒シミュレーション実験時間が増大
 - ▶ **シミュレーション実行時間削減に向けた適切な抽象化が必要**

離散事象シミュレーションの意義 (2)

- ▶ 「モデル」に基づく評価では**モデルの妥当性検証**は必須
 - ▶ マルコフモデルによる性能解析
⇒ シミュレーション結果との比較検証
 - ▶ シミュレーションによる性能評価
⇒ 実機実験結果との比較検証
- ▶ 著名なツールであれば妥当性検証は必要ないのか？
 - ▶ S. Floyd, “Simulator Tests,” Technical Report, Lawrence Berkeley Laboratory, May 1997.
“This simulator is not intended to reproduce the behavior of specific implementations of TCP, and **we do not use production TCP code in our simulator**. The simulator is intended to explore the behavior inherent to the underlying congestion control algorithms,...”
- ▶ 定量的な妥当性検証が行われない限り、シミュレーション結果から得られる知見は定量的とは言えないのではないか？

推定精度の高いシミュレーション実験に向けて

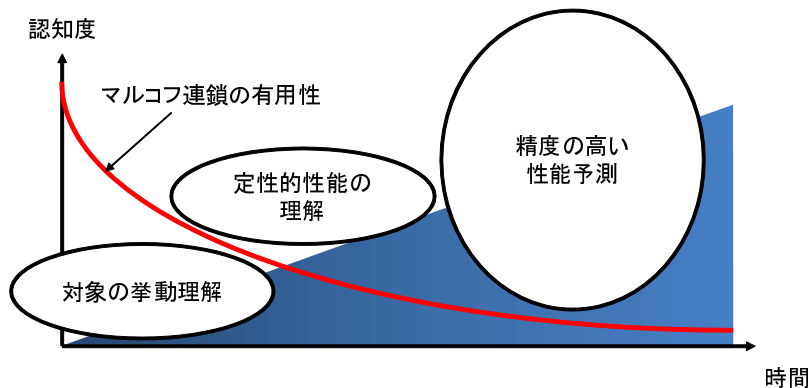
- ▶ よいシミュレーションモデルの構築
- ▶ 推定精度が高くなるような標本の採取法，推定値計算法

モデリングが対象を理解する重要なプロセス

- ▶ シミュレーション実験で得られる棄却率や遅延は**標本**
⇒統計解析に基づく信頼区間の表示は必須
- ▶ 第三者によるシミュレーション実験の再現性向上に向けて
⇒シミュレーションモデル・実験方法の十分な説明
- ▶ シミュレーションの一般原理
 - ▶ 性質が明らかな研究対象
⇒ 推定精度が高くなる実験手法の確立が容易
 - ▶ 性質が不明な研究対象
⇒ 推定精度が高くなる実験手法の確立は困難

未知の系に対するシミュレーションは慎重に行うべき

役に立つ性能評価研究とは



- ▶ マルコフ・モデルが役に立つ時期：対象の黎明期
- ▶ 対象の理解が進んでくると、精度の高い性能予測が望まれる。
- ▶ トレンドを切り開くモデル化のアイデアが重要

アーラン呼損式は電話網設計に役立ったのか？

- ▶ 「アーラン呼損式は役に立っている」というのは本当か？
- ▶ 実際の適用方法
 - ▶ 最繁忙期の特定期間における平均到着率を基にアーランB式と所望呼損率から回線数を導出
 - ▶ この回線数をさらに上積みして実際の回線数を決定
 - ▶ 設計時点ではかなりの安全設計
 - ▶ 運用期間中の需要の伸びをかなりの確度で吸収
- ▶ アーラン呼損式はそれ自体で万能ではなかった。
 - ▶ 需要の伸びという現実の問題（理論から見て取り扱いにくい外乱要素）を経験則でカバー
- ▶ 得られる教訓
 - ▶ 現場での応用は実務家の領分
 - ▶ 理論家はシンプルな結果を積極的に公表すべし

まとめ：よい性能評価研究とは？ (1)

- ▶ 性能評価目標に応じて手法を使うこと
 - ▶ 特徴づけ (Characterization)
 - ▶ 理解 (Understanding)
 - ▶ 予測 (Forecasting)
- ▶ 性能評価量の特性を把握すること
 - ▶ 平均・分散のような統計量か？
 - ▶ 過渡特性を追いかけているのか？
- ▶ 評価手法の特性を意識してモデルを構築すること
 - ▶ 時間スケールは？
 - ▶ 空間スケールは？
 - ▶ 相関は強いのか？

まとめ：よい性能評価研究とは？ (2)

- ▶ 性能評価量の特徴を理解して手法を使うこと
 - ▶ 待ち行列理論
 - ▶ 性能評価量は時間平均・標本平均の意味で真値
 - ▶ 抽象度が高く，モデル化誤差が大
 - ▶ シミュレーション
 - ▶ 性能評価量は限定的な標本採取で得られる推定値
 - ▶ モデル化誤差が少ないかどうかは実機実験結果との比較でしかわからない。
- ▶ 現場での応用にはシンプルなものを提供すること

通信トラヒック理論関係

- [1] 秋丸春夫, 川島幸之助, 情報通信トラヒック –基礎と応用–, オーム社, 1990.
- [2] D. Bertsekas and R. G. Gallager, *Data Networks 2nd Ed.*, Prentice Hall, 1992.
- [3] A. I. Elwalid, D. Heyman, T. V. Lakshman, D. Mitra and A. Weiss, “Fundamental Bounds and Approximations for ATM Multiplexers with Applications to Video Teleconferencing,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 13, no. 6, pp. 1004–1016, 1995.
- [4] B. Grigelionis, “On the convergence of sums of random step processes to a Poisson process,” *Theory Probab. Appl.*, vol. 8, pp. 172–182, 1963.
- [5] S. Kasahara and T. Hasegawa, “Approximation of Loss Probability for Multiplexing System with Large Number of On-Off Sources Regulated by Leaky Bucket,” *Journal of the Operations Research Society of Japan*, vol. 41, no. 1, pp. 21–34, March 1998.
- [6] L. Kleinrock, *Queueing Systems: Volume I: Theory*, John Wiley & Sons, 1975.
- [7] L. Kleinrock, *Queueing Systems: Volume II: Computer Applications*, John Wiley & Sons, 1975.
- [8] H. Kobayashi and B. L. Mark, *System Modeling and Analysis: Foundations of System Performance Evaluation*, Pearson Education, 2008.

- [9] 小沢利久, “待ち行列研究の新しい潮流 (4) いろいろな入力過程モデル,” オペレーションズ・リサーチ, vol. 43, no. 12, pp. 680-686, 1998.
- [10] K. Park and W. Willinger, ‘Self-Similar Network Traffic: An Overview,’ in Self-Similar Network Traffic and Performance Evaluation, K. Park and W. Willinger, Eds. New York: Wiley, 2000.
- [11] 高橋敬隆, 山本尚生, 吉野秀明, 戸田彰, わかりやすい待ち行列システム –理論と実践–, 電子情報通信学会, 2003.
- [12] 滝根哲哉, 伊藤大雄, 西尾章治郎, ネットワーク設計理論, 岩波書店, 2001.

マルコフ連鎖関係

- [1] W. フェラー, 河田龍夫監訳, 確率論とその応用 I 下, 紀伊国屋書店, 1961.
- [2] R. G. Gallager, *Discrete Stochastic Processes*, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [3] V. G. Kulkarni, *Modeling and Analysis of Stochastic Systems 2nd Ed.*, Chapman & Hall/CRC, 2010.
- [4] 森村英典, 高橋幸雄, マルコフ解析, 日科技連, 1979.
- [5] R. Nelson, *Probability, Stochastic Processes, and Queueing Theory*, Springer-Verlag, 1995.

シミュレーション関係

References III

- [1] S. Floyd, "Simulator Tests," Technical Report, Lawrence Berkeley Laboratory, May 1997.
- [2] 森戸晋, 逆瀬川浩孝, システムシミュレーション, 朝倉書店, 2000.
- [3] 中川健治, "モンテカルロシミュレーション基礎 —推定精度評価の問題点とその克服—," 信学会 通信ソサイエティマガジン, no. 6, pp. 11-20, 2008.
- [4] 山田博司, "OPNET によるモデリングと性能評価方法," 信学会 通信ソサイエティマガジン, no. 7, pp. 16-27, 2008.
- [5] 長谷川剛, "ns-2 を用いたトランスポート層シミュレーション," 信学会 通信ソサイエティマガジン, no. 8, pp. 54-62, 2009.
- [6] 高木由美, 太田能, 金田茂, 高井峰生, "ネットワークシミュレーションにおける並列処理高速化技術と評価シナリオ構築環境 —QualNet と Scenargie—," 信学会 通信ソサイエティマガジン, no. 9, pp. 60-71, 2008.

付録

Chernoff の定理 (1)

独立同一な n 個の確率変数 $x_1, \dots, x_n$ に対し, 次式を定義.

$$M(\theta) = E[e^{\theta x_1}] \quad (\text{モーメント母関数})$$

$$\ell(c) = \sup_{\theta} \{ \theta c - \log M(\theta) \} \quad (\text{Legendre 変換})$$

このとき任意の $c > E[x_1]$ と正整数 n に対して

$$\Pr\{x_1 + \dots + x_n \geq nc\} \leq e^{-n\ell(c)} \quad (1)$$

Chernoff の定理 (2)

一方 θ の 0 近傍で $M(\theta) < \infty$, かつその近傍内部のある点 θ^* で $\ell(c)$ が上界に達するとき,

$$\ell(c) = -\log E[e^{\theta^*(x_1 - c)}].$$

このとき $\forall \varepsilon > 0$ に対してある整数 n_0 が存在, $n > n_0$ なる n に対して

$$\Pr\{x_1 + \cdots + x_n \geq nc\} \geq e^{-n\ell(c) + \varepsilon} \quad (2)$$

(1), (2) より

$$\Pr\{x_1 + \cdots + x_n \geq nc\} = e^{-n\ell(c) + o(n)}$$

$A(t)$: Total Amount of Input Traffic during $[0, t]$.

$$h(\theta) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log E[e^{\theta A(t)}].$$

$B(t)$: Buffer Content Process

このときセル廃棄率は次式で近似

$$\Pr(B(\infty) \geq B) \approx e^{-\theta^* B}, \text{ as } B \rightarrow \infty,$$

ただし θ^* は $h(\theta)/\theta = c$ の解

$$a^*(\theta) = \frac{h(\theta)}{\theta} \quad (\text{実行帯域})$$